

14º Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP - 2023

A QUESTÃO DA NATUREZA DOS OBJETOS MATEMÁTICOS: FUNDAMENTO PARA A DOCÊNCIA EM MATEMÁTICA

BRUNA DE ALMEIDA PESSOA¹, HAMILTON PIVA DOMINGUEZ²

¹ Graduanda em Análise e Desenvolvimento de Sistemas, Bolsista PIBIFSP, *Campus* Guarulhos, integrante do Grupo Summus – Grupo de Pesquisa em Educação e Tecnologia (IFSP, *Campus* Guarulhos), bruna.pessoa@aluno.ifsp.edu.br.

² Docente dos cursos de Análise e Desenvolvimento de Sistemas e Licenciatura em Matemática, IFSP, *Campus* Guarulhos, líder do Grupo Summus – Grupo de Pesquisa em Educação e Tecnologia (IFSP, *Campus* Guarulhos), pivahd@ifsp.edu.br.

Área de conhecimento (Tabela CNPq): 7.08.01.01-0 Filosofia da Educação

RESUMO: Platão enfatiza que o fim último e mais elevado do ensino de matemática não reside na solução de problemas práticos, mas, sim, em uma dimensão puramente abstrata e contemplativa, na qual a mente apreende a essência dos entes matemáticos. Nesse sentido, pode-se saber operar com números e figuras geométricas, sem que se compreenda do que se trata a matemática. Ao sublinhar a necessidade de compreensão da natureza dos entes matemáticos, Platão evidencia inúmeros aspectos atinentes à prática e aos fundamentos da matemática, suscitando questões sobre as quais muitos filósofos e matemáticos que o sucederam têm se debruçado (dentre estas encontram-se os problemas da natureza do conhecimento matemático e de seus objetos). Os estudiosos do platonismo, ao mesmo tempo em que destacam a relevância e atualidade das teorias de Platão, reconhecem o caráter extremamente elusivo do ensino da matemática, em razão do alto grau de abstração exigido na abordagem de seus objetos. Diante disso, este projeto objetiva analisar os problemas fundantes da matemática decorrentes da natureza ontológica dos entes matemáticos, tal como concebidos no platonismo, e suas possíveis implicações para a prática pedagógica do professor de matemática.

PALAVRAS-CHAVE: Platonismo; Filosofia da Matemática; Fundamentos da Matemática; Ensino de Matemática; Platão.

THE ISSUE OF THE NATURE OF MATHEMATICAL OBJECTS: FOUNDATION FOR MATHEMATICS TEACHING

ABSTRACT: Plato emphasizes that the ultimate and highest purpose of teaching mathematics does not reside in the solution of practical problems, but rather in a purely abstract and contemplative dimension, in which the mind apprehends the essence of mathematical entities. In this sense, one can know how to operate with numbers and geometric figures, without understanding what mathematics is all about. By underlining the need to understand the nature of mathematical entities, Plato highlights numerous aspects related to the practice and foundations of mathematics, raising questions that many philosophers and mathematicians who followed him have addressed (among these are the problems of nature mathematical knowledge and its objects). Scholars of Platonism, while highlighting the relevance and timeliness of Plato's theories, recognize the extremely elusive character of teaching mathematics, due to the high degree of abstraction required in approaching its objects. Therefore, this project aims to analyze the fundamental problems of mathematics arising from the ontological nature of mathematical beings, as conceived in Platonism, and their possible implications for the pedagogical practice of mathematics teachers.

KEYWORDS: Platonism; Mathematical Philosophy; Fundamentals of Mathematics; Mathematics Teaching; Plato.

INTRODUÇÃO

Platão preconiza, em *A República*, que os cidadãos que são preparados para ocuparem os mais altos postos de governo e de liderança política deveriam ser convencidos “[...] a dedicaram-se ao cálculo e a aplicarem-se a ele, [...] até chegarem à contemplação da natureza dos números unicamente pelo pensamento [...]” (Platão, 2014, p. 333-334). Apesar de Platão não desprezar os benefícios das aplicações concretas da matemática, ele salienta que o maior valor desta reside no papel crucial que ela desempenha no processo educacional, com vistas à expansão e elevação do espírito humano. O filósofo apresenta uma estrutura em termos ontológicos e epistemológicos, segundo a qual descreve um processo ascético em que o espírito humano, na medida em que se aprimora, passa de um estágio a outro imediatamente superior, galgando níveis de conhecimento sobre a realidade cada vez mais elevados (Reeve, 2006). Aqui a matemática ocupa lugar especial, no acesso a realidades que só podem ser apreendidas pela mente. Daí, questiona-se: “em que sentido podemos falar plausivelmente de objetos matemáticos, como eles podem ser identificados, e em que sentido pode-se dizer que existem, e se há boas razões para dizê-lo?” (Panza; Sereni, 2013, p. 2). Ademais, se saber o que é matemática exige mais do que o domínio de técnicas de cálculo, para resolução de problemas práticos, o que determina um objeto ser considerado um objeto matemático? Perguntas como estas sinalizam a importância da reflexão sobre tais problemas para a formação de professores de matemática, os quais, pressupõe-se, devem ter clareza sobre a essência desta ciência formal, bem como da natureza dos entes matemáticos implicados em suas práticas docentes. Assim, este trabalho objetiva analisar os problemas fundantes da matemática decorrentes da natureza ontológica dos entes matemáticos, tal como concebidos no platonismo, e suas possíveis implicações para a prática pedagógica do professor de matemática.

MATERIAL E MÉTODOS

Este projeto consiste em uma pesquisa teórica com estratégia metodológica qualitativa. Quanto aos objetivos, é exploratória (no que concerne ao estudo das concepções de Platão sobre educação e matemática, no processo dialético de elevação do espírito) e explicativa, na medida em que busca compreender e explicar um fenômeno (especificamente, a importância e a dificuldade do estudo e do ensino sobre a natureza ontológica dos entes matemáticos, tal como estes são concebidos no platonismo), explicitando, sobretudo, os entraves pedagógicos enfrentados por professores de matemática em decorrência do alto grau de abstração dos conceitos que abordam.

Para tanto, a pesquisa foi planejada de modo a realizar os seguintes passos:

1. Estudo do modelo educacional proposto por Platão em *A República*.
2. Discussão da estrutura epistemológica do processo dialético platônico, com base nos trabalhos de C. D. C. Reeve.
3. Estudo da natureza ontológica dos entes matemáticos no platonismo, a partir dos trabalhos de Elisabeta Cattanei e Julius Moravcsik.
4. Levantamento dos problemas fundamentais abordados no platonismo matemático.
5. Reflexão sobre possíveis entraves pedagógicos enfrentados por professores de matemática em decorrência do alto grau de abstração dos conceitos que abordam, à luz das investigações teóricas realizadas.

Para o desenvolvimento desta pesquisa, fez-se necessário apenas o uso de bibliotecas do IFSP e o acesso remoto, via computador, a bases científicas de dados.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Até o presente momento, realizaram-se completamente os passos de 1 a 3, descritos na seção anterior; e, parcialmente, os passos 4 e 5.

Dos estudos já realizados, alguns pontos da teoria platônica sobre o processo educacional e a natureza dos entes matemáticos merecem destaque, apresentados a seguir.

Platão enfatiza que a matemática é tanto uma ferramenta indispensável, na construção do conhecimento e discernimento sobre a realidade, quanto constitutiva da própria essência das coisas. Por isso Platão (2014) afirma que, para além da solução de problemas concretos, o papel crucial desempenhado pela matemática é o de possibilitar o conhecimento pleno das coisas, incluindo-se aí a essência dos entes matemáticos — isto é, a apreensão das características essenciais de um determinado

ente matemático que permitem afirmar que este é, por exemplo, um número. Nessa perspectiva, pode-se dizer que, “por mais que uma pessoa conheça matemática, se não entender o estado ontológico das entidades em questão”, provavelmente confundirá “aparências com realidade”, [...] [sem] um entendimento real” (Moravcsik, 2006, p. 52). Isto é o que faz com que “a maioria de nós saiba somar, subtrair, e assim por diante, mas, de acordo com Platão, apenas uns poucos entre nós realmente entendem do que se trata a matemática” (Moravcsik, 2006, p. 55).

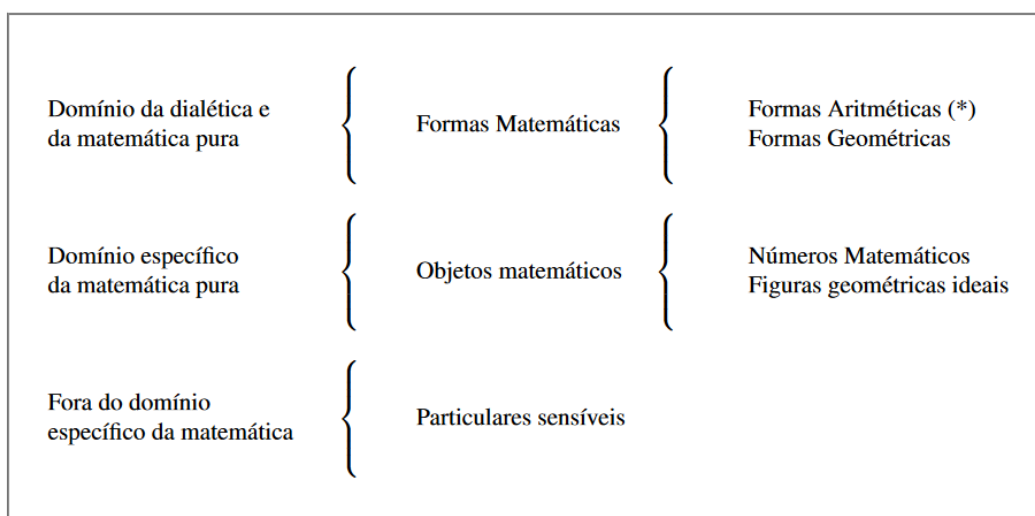
Nestes termos, o modelo educacional platônico é concebido com vistas à ascese do espírito humano. Nesse processo ascético, o espírito, ao se aprimorar gradativamente, acede a níveis de conhecimento sobre a realidade cada vez mais elevados (Reeve, 2006). A cada um dos estágios desse processo correspondem objetos distintos do conhecimento, classificados de acordo com a natureza de seu ser. Com base nesses diferentes níveis de conhecimento, a realidade é dividida em dois mundos: um inferior, sensível (constituído de tudo que nos é acessível através de nosso aparelho sensorial; o mundo das aparências, da mutabilidade), e um superior, inteligível (constituído de objetos abstratos aos quais só temos acesso através da mente; o mundo imutável da essência das coisas, da verdade) (Reeve, 2006; Calixto, 2023). Em cada uma dessas etapas de elevação do espírito, desenvolve-se uma forma de pensamento específica, denominados por Reeve (2006) como: pensamento perceptual, pensamento popular, pensamento científico e pensamento dialético. No nível mais baixo, no mundo sensível, o ser humano constrói seus raciocínios pautado, exclusivamente, em experiências sensoriais. O pensamento perceptual que aí se desenvolve possibilita apenas uma clareza limitada sobre a realidade das coisas, sendo suscetível a erro (Reeve, 2006). Por sua vez, no patamar mais elevado, o homem atinge o conhecimento pleno das coisas, não passível de engano, acedendo à essência destas (na terminologia de Platão, ao *eidós*, traduzido comumente por “ideia” ou “forma”), através da *noésis* (pensamento dialético) (Reeve, 2006).

Nessa ascese, a matemática ocupa lugar de destaque, na passagem do mundo sensível ao inteligível. Como intermediária entre o mundo sensível e o patamar mais alto do mundo inteligível, a matemática, ao mesmo tempo em que se vale de recursos concretos do mundo sensível (ao utilizar diagramas e figuras visíveis; por exemplo, o desenho de um quadrado), faz referência a objetos puramente abstratos, apreendidos somente pela razão humana (por exemplo, a ideia de quadrado). Desse modo, a matemática, por um lado, constitui-se como o caminho através do qual a mente alcança o conhecimento pleno das coisas, sua essência/forma (*eidós*), e, por outro lado, é o meio por excelência pelo qual a realidade é descrita. Note-se que “Platão considerou a matemática não como uma idealização de aspectos do mundo empírico, mas como uma descrição direta da realidade, ou seja, o mundo das Formas como apreendido pela razão” (Bell, 1999, p. 192, tradução nossa). Ressalte-se que não decorre daí que a matemática sirva para explicar o mundo; ela apenas o descreve, reitera-se, e de um modo diferente de como o fazem as ciências da natureza (Brown, 2012).

Ao evidenciar a importância e a necessidade de se compreender a natureza dos entes matemáticos, Platão destaca uma série de aspectos atinentes à prática e aos fundamentos da matemática, suscitando inúmeras questões sobre as quais os filósofos e matemáticos que o sucederam têm se debruçado, até aos nossos dias, tais como: “[...] problemas fundacionais relativos à melhor maneira de fundamentar, justificar e organizar o edifício da matemática ou, pelo menos, algumas de suas partes relevantes [...]; o problema da natureza do conhecimento matemático (isto é, existe conhecimento matemático? E, se sim, que tipo de conhecimento é?); o [problema] do caráter lógico das verdades ou teoremas da matemática (se existem verdades em matemática, quais são as suas fontes? [...] E, se não há nenhuma, o que legitimaria os teoremas?); [...] problemas relativos à aplicabilidade da matemática, à justificação desta aplicabilidade, e como ela ocorre, bem como o papel que desempenha nas ciências empíricas e em nossa vida cotidiana” (Panza; Sereni, 2013, p. ix, tradução e interpolação nossas). A doutrina de Platão e de seus seguidores, quanto à natureza abstrata dos objetos do mundo inteligível, é denominada platonismo; e os problemas supracitados e teorias relativas à matemática no interior dessa doutrina constitui o platonismo matemático. *Grosso modo*, “caracterizamos o platonismo como a afirmação de que existem objetos abstratos (matemáticos), e nossas teorias matemáticas são sobre eles [...]” (Panza; Sereni, 2013, p. 2, tradução nossa).

Como já citado na seção *Introdução* deste trabalho, “em que sentido podemos falar plausivelmente de objetos matemáticos, como eles podem ser identificados, e em que sentido pode-se dizer que existem, e se há boas razões para dizê-lo?” (Panza; Sereni, 2013, p. 2, tradução nossa). Ou, posto de um outro modo, poderíamos nos impor as três perguntas elencadas por Calixto (2023, p. 69):

“(P1) Qual a natureza dos entes matemáticos?; (P2): O que o matemático tem em mente quando lida com números e formas geométricas? (P3): O que confere veracidade às definições e às proposições matemáticas?” Como observado por este autor, responder à pergunta P1 consiste em responder se os entes matemáticos são, ao fim e ao cabo, Formas (*eidos*) platônicas. A partir dos diálogos platônicos e da tradição de pensamento da matemática platônica, não se pode afirmar, categoricamente, que tais entes sejam Formas (Schäfer, 2012). No que se refere à pergunta P2, Calixto (2023, p. 72) questiona “se, em suas atividades matemáticas, o matemático contempla as Formas (*eidos*) platônicas, ou, em vez destas, apreende objetos intelectuais de outra natureza”? Quanto a isto também não há unanimidade entre os estudiosos das teorias platônicas. Para Wedberg (1955 apud Calixto, 2023, p. 77), “os níveis de obscuridade e confusão associados a Platão devem-se à própria maneira de Platão expressar suas crenças” (p. 19, tradução nossa). Uma tentativa de desembaraçar esta questão, por parte dos estudiosos de Platão, consiste em recorrer à interpretação aristotélica da teoria platônica sobre a matemática, isto é, uma ontologia platônica da matemática de Platão, segundo Aristóteles, tal como apresentada no Quadro 1.



QUADRO 1. Ontologia da Matemática de Platão, na interpretação de Aristóteles.

(Fonte: Calixto (2023, p. 78), extraído, traduzido e adaptado pelo autor do trabalho de Wedberg (1955, p. 11-12)).

Como explica Calixto (2023, p. 78),

a distinção quanto à natureza desses Objetos Matemáticos em relação às Formas (*eidos*) Matemáticas, dá-se, aqui, em termos de operabilidade e representação. A Forma (*eidos*) da tríade é única, preexistente, abstrata e independente de qualquer agente cognoscente, é inoperável, e não possui/nos apresenta uma “imagem”, ao passo que o Número Matemático pode ser expresso, escrito, operado.

Entretanto, em meio às divergências entre os teóricos do platonismo, Moravcsik (2006, p. 276-277) entende que podem ser apresentadas como características essenciais da concepção de matemática de Platão as seguintes afirmações: “entidades platônicas são preexistentes”; “os teoremas matemáticos são descobertas de um certo tipo, não invenções ou construções”; “as entidades matemáticas precisam ser abstratas”; “atividades matemáticas, como calcular e provar, são mais bem estudadas sob idealização”; “a matemática trata dos elementos genuínos, ou mais fundamentais, da realidade”; “entidades matemáticas, juntamente com outras Formas, estão no nível mais elevado das hierarquias explicativas ontológicas que constituem a realidade”.

CONCLUSÕES

Os mesmos teóricos que afirmam a relevância e atualidade do pensamento de Platão também ressaltam o caráter elusivo do estudo da natureza dos entes matemáticos. Esta dificuldade encontra-se nos próprios princípios que alicerçam o platonismo, intrinsecamente associados, a saber: existência,

abstratividade e independência dos objetos matemáticos (Linnebo, 2018). Tais princípios estabelecem que esses objetos são abstratos (não possuem existência espaciotemporal), e que preexistem e independem da elaboração de qualquer teoria ou pensamento matemático, ou de um sujeito cognoscente que os conceba. Some-se a isto o fato de que “não há acordo entre os filósofos contemporâneos sobre onde deve ser traçada a fronteira entre objetos abstratos e concretos” (Panza; Sereni, 2013, p. 2, tradução nossa), e de que Platão não é claro nem sobre a natureza ontológica dos entes matemáticos — permanecendo a questão: “os objetos que as ciências matemáticas ‘exigem’ são então Ideias?” (Cattanei, 2005, p. 248) —, e nem no que consistem, própria e inequivocamente, as ideias (*eidōs*).

A relevância e atualidade do pensamento de Platão para o tratamento de questões como essas, que abrangem múltiplos ramos da filosofia (ética, política, ontologia, epistemologia, etc.) e vários aspectos da existência e das atividades humanas (com destaque para a educação e a matemática) é sublinhada por Tymieniecka (2000, p. 3, tradução nossa): “As opiniões de Platão têm sido escrutinadas, criticadas e consultadas, inúmeras vezes ao longo da história, e nas quais podemos ainda encontrar, em suas declarações mais penetrantes, relevância para o nosso atual período de desenvolvimento histórico. [...] Os pontos de concordância ou de negação quanto a concepções específicas de Platão podem variar, mas as questões subjacentes são pertinentes ainda hoje.” Esta autora defende um retorno ao pensamento original platônico para enfrentar problemas fundacionais da educação para os quais a filosofia moderna parece não oferecer balizas seguras. Retorno semelhante é proposto por Carson e Rowlands (2007), porém no âmbito do ensino de matemática. Estes autores ressaltam que a matemática, tal como apresentada por Platão, “fez do uso da razão abstrata um dos mais poderosos conjuntos de ferramentas culturais já desenvolvidos por e para a mente humana” (p. 935, tradução nossa), através da qual se torna possível aos alunos pensarem formalmente e, com isso, compreenderem teorias científicas, textos literários e obras artísticas.

CONTRIBUIÇÕES DOS AUTORES

O Autor 1 realizou os estudos teóricos, executando os passos estabelecidos para a execução da pesquisa, bem como redigiu, juntamente com o Autor 2, o presente texto.

O Autor 2 elaborou este projeto de pesquisa, orientando o Autor 1 na execução deste, com a discussão e reflexão sobre os principais pontos do pensamento platônico a respeito da matemática.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao IFSP pelo apoio financeiro, com a concessão de bolsa de Iniciação Científica, no âmbito do PIBIFSP.

REFERÊNCIAS

BELL, J. L. **The art of the intelligible**: an elementary survey of Mathematics in its conceptual development. Berlin: Springer, 1999. (The Western Ontario Series in Philosophy of Science, 63).

BROWN, J. R. **Platonism, naturalism, and mathematical knowledge**. New York: Routledge, 2012.

CALIXTO, V. B. **Uma proposta de intervenção pedagógica para o ensino de geometria baseada na questão da abstração em Platão**. Orientador: Hamilton Piva Dominguez. 2023. 138 p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2023.

CARSON, R. N.; ROWLANDS, S. Teaching the Conceptual Revolutions in Geometry. **Science & Education**, v. 16, n. 9–10, p. 921–954, 2007.

CATTANEI, E. **Entes matemáticos e metafísica**: Platão, a Academia e Aristóteles em confronto. Tradução de Fernando S. Moreira. Revisão técnica Marcelo Perine. São Paulo: Edições Loyola, 2005.

LINNEBO, Ø. Platonism in the Philosophy of Mathematics. In: ZALTA, E. N. (Ed.). **The Stanford Encyclopedia of Philosophy**. Spring 2018. [S.l.]: Metaphysics Research Lab, Stanford University, 2018.

MORAVCSIK, J. **Platão e platonismo**: aparência e realidade na ontologia, na epistemologia e na ética. Tradução de Cecília Camargo Bertalotti. São Paulo: Edições Loyola, 2006.

PANZA, M.; SERENI, A. **Plato's problem**: an introduction to mathematical platonism. London: Palgrave Macmillan, 2013.

PLATÃO. **A República**. Introdução, tradução e notas de Maria Helena da Rocha Pereira. 14a. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2014.

REEVE, C. D. C. **Philosopher-Kings**: the argument of Plato's *Republic*. Indianapolis, USA: Hackett Publishing Company, 2006.

SCHÄFER, C. (org.). **Léxico de Platão**: conceitos fundamentais de Platão e da tradição platônica. Tradução de Milton Camargo Mota. São Paulo: Edições Loyola, 2012.

TYMIENIECKA, A.-T. (ed.). **Paideia**: Philosophy/phenomenology of life inspiring education for our times. [S.l.]: Springer-Science+Business Media, 2000.

WEDBERG, A. **Plato's philosophy of Mathematics**. Stokholm: Almqvist & Wiksell, 1955.