

13º Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP - 2022

EXAME CRÍTICO DO TRABALHO DE ESCRITA EM UM TEXTO DE AMOROSO COSTA SOBRE GEOMETRIAS NÃO-ARQUIMEDIANAS

DANIEL GEREMIAS PINHEIRO DE JESUS¹, RODRIGO RAFAEL GOMES²

¹ Graduando em Licenciatura em Matemática, Bolsista PIBIC, IFSP, Câmpus Bragança Paulista, daniel.j@aluno.ifsp.edu.br

² Professor do curso de Licenciatura em Matemática, IFSP, Câmpus Bragança Paulista, rodrorafgomes@ifsp.edu.br.

Área de conhecimento (Tabela CNPq): 7.05.06.00-0 História das Ciências

RESUMO: O presente artigo apresenta a análise das diferentes versões, dois rascunhos e publicação, de um texto a respeito de números não-arquimedianos de autoria de Manuel Amoroso Costa (1885-1928). O exame crítico desse material possibilitou a formulação de hipóteses que buscam a compreensão da dinâmica criativa do autor que se finalizou na versão publicada do texto. Nesse sentido, apontamos que o autor buscou explicitar a relação existente entre grandezas geométricas e numéricas, explicitar a ampliação do conjunto dos números reais ao conjunto dos não-arquimedianos e concluímos que ele possivelmente possuía maior domínio a respeito do tema do que sugere a versão que foi publicada.

PALAVRAS-CHAVE: crítica genética; número; textos científicos; arquivos de cientistas.

CRITICAL EXAMINATION OF THE WRITING WORK IN A TEXT BY AMOROSO COSTA ON NON-ARCHIMEDIAN GEOMETRIES

ABSTRACT: This article presents an analysis of the different versions, two drafts and publication, of a text about non-Archimedean numbers by Manuel Amoroso Costa (1885-1928). The critical examination of this material made it possible to formulate hypotheses that seek to understand the creative dynamics of the author that ended up in the published version of the text. In this sense, we point out that the author sought to explain the relationship between geometric and numerical quantities, he explained the expansion of the set of real numbers to the set of non-Archimedean and we concluded that he possibly had a greater domain on the subject than what the texts examined suggest.

KEYWORDS: genetic criticism; number; scientific texts; scientist files.

INTRODUÇÃO

Manuel Amoroso Costa (1885-1928) foi um engenheiro civil e professor brasileiro que defendeu a criação dos cursos de matemática pura no Brasil, no início do século XX. Desenvolveu estudos sobre uma série de temas, em particular sobre geometrias não-arquimedianas, assunto sobre o qual realizou quatro conferências na Faculdade de Ciências da Universidade de Paris em 1928. É possivelmente o primeiro brasileiro a ter estudado esse tema.

Em seu livro *As idéas fundamentais da matemática*, publicado no ano seguinte ao de seu falecimento, Amoroso Costa apresenta um pequeno texto no qual discorre sobre geometrias não-arquimedianas e apresenta um caso particular de sistema numérico que não possui a propriedade arquimediana. Sistemas geométricos (numéricos) não-arquimedianos são aqueles que se baseiam na negação do postulado de Arquimedes. Em tais geometrias (sistemas numéricos), existem pares de segmentos (de números) tais que todo múltiplo do segmento (número) menor não supera o maior. Em um sistema geométrico (numérico) arquimediano, isso não acontece, ou seja, sempre há um múltiplo do segmento (número) menor que supera o maior, quaisquer que sejam os segmentos (números).

Os manuscritos originais que deram origem ao livro compõem atualmente o Arquivo de História da Ciência do Museu de Astronomia e Ciências Afins (MAST). Trata-se de dois documentos nos quais Amoroso Costa delinea tal obra, os dossiês AC.T.3.031 e AC.T.3.033. As comparações entre as diferentes versões do manuscrito, promovidas em uma pesquisa de iniciação científica, possibilitaram averiguar alguns dos passos trilhados por Amoroso Costa em seu processo criativo e, a partir das constatações, formular hipóteses que expliquem tais diferenças. Dessa maneira, procuramos elucidar alguns dos aspectos do pensamento do autor mobilizados em sua relação com o trabalho de escrita do texto.

Este artigo apresenta a análise das diferentes versões do texto de Amoroso Costa bem como as principais hipóteses formuladas na busca pela compreensão de sua dinâmica criativa que se finalizou na versão publicada do texto.

MATERIAL E MÉTODOS

Os materiais utilizados na pesquisa foram dois rascunhos, produzidos por Amoroso Costa durante o processo de construção do livro *As idéas fundamentaes da mathematica* (1929), que apresentam teoria e modelo que caracterizam a geometria e os números não-arquimedianos, e o trecho correspondente a eles da versão publicada da obra. O rascunho mais antigo corresponde aos fôlios 162 a 165 do dossiê AC.T.3.031 e o outro, mais próximo do que foi publicado, aos fôlios 275 a 280 do dossiê AC.T.3.033, do arquivo pessoal do autor. Tais documentos encontram-se bem conservados e apresentam relativa legibilidade, porém alguns trechos encontram-se escritos de maneira muito suave o que dificulta a leitura. Outra dificuldade é a própria letra de Amoroso Costa, que apresenta traços singulares. Por esse motivo os rascunhos foram transcritos preservando-se o mais fielmente possível a disposição do texto original.

A metodologia adotada para a análise do texto foi a crítica genética, que, de acordo com Salles (2008), busca entender determinada obra não apenas em sua versão final, mas sim como o último estágio de um processo criativo que passou por diversos estágios provisórios que, ao se desenvolverem, estabelecem-se na forma divulgada.

Dessa maneira, inicialmente procuramos identificar em cada um dos rascunhos as marcas deixadas pelo autor e qualificá-las de acordo com suas intencionalidades e com as repercussões destas nos conceitos abordados pelo texto. Essa etapa foi importante uma vez que possibilitou uma visão geral das intenções mais explícitas do autor.

A etapa seguinte se configurou pela comparação das três versões do texto, os dois rascunhos e o livro. Lançamos o olhar à apresentação teórica de tais números buscando compreendê-las e caracterizá-las. Buscamos também identificar os recursos textuais empregados em cada versão.

Para tanto, destacamos nos textos todos os trechos que se relacionam diretamente ao conceito e apresentação dos números não arquimedianos. Com o auxílio de uma tabela dispomos os trechos correspondentes, os quais tratam do mesmo assunto, lado a lado, e dessa maneira identificamos e analisamos as distinções que cada versão trouxe. Classificamos os trechos em duas categorias de acordo com as alterações pelas quais passaram no processo. A primeira categoria comporta os trechos nos quais identificamos alterações na passagem do primeiro para o segundo rascunho e que foram assim mantidas na publicação. Já a segunda categoria comporta os trechos nos quais houve alteração da primeira para a segunda versão e desta para a publicação.

Por fim propusemos hipóteses que pretendem elucidar as motivações que levaram o autor a realizar tais alterações.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

As três versões do texto abordam as geometrias não-arquimedianas e sua relação com os números não arquimedianos.

No rascunho mais antigo do texto já estão presentes as ideias principais da publicação como a caracterização geométrica e numérica não-arquimediana, porém a disposição bem como os próprios temas a serem tratados ainda não estavam definidos. Nesta versão, Amoroso Costa, em mais de uma passagem, apenas indicou o tema que pretendia desenvolver em seu texto e nos versos dos fôlios reproduziu referências que posteriormente incorporou à sua escrita. Nela encontramos também

algumas rasuras, já configurando correções iniciais ao texto, e marcas que indicam em quais pontos as notas descritas nos versos dos fólios deveriam ser inseridas.

Ainda nesta versão constatamos que a ideia inicial era apresentar a discussão sobre as grandezas e números não arquimedianos em um capítulo específico que consistiria em três seções. O capítulo “Outras geometrias” comportaria as seções: 1) O postulado de Arquimedes, 2) A geometria não-arquimediana e 3) Exemplo de grandeza não-arquimediana. Já o rascunho posterior, apresenta um texto bastante próximo do que viria a ser publicado, com os referenciais encontrados na versão anterior já incorporados, e algumas delas até mesmo descartadas, ao texto principal. A estrutura planejada anteriormente sofreu modificações, a discussão sendo apresentada em apenas duas seções. 1) As geometrias não-arquimedianas, que incorporou a apresentação do postulado de Arquimedes, e 2) Exemplo de grandeza não-arquimediana. O título do capítulo rabiscado sugere que não mais pretendia apresentar essa discussão em um capítulo próprio, incorporando-a ao anterior, o que de fato aconteceu na publicação.

A publicação, por sua vez, manteve a apresentação das grandezas e dos números não-arquimedianos em duas seções. A primeira de mesmo título da versão anterior e a segunda contendo uma diferença sutil: Um exemplo de grandezas não-arquimedianas. Embora o título sugira a apresentação de uma grandeza deste tipo, Amoroso Costa de fato apresenta um exemplo de sistema numérico não-arquimediano. Outro fato interessante é que, ao contrário dos rascunhos, o texto publicado traz as seções inseridas em um capítulo mais abrangente que trata também da geometria não-euclidiana.

Tanto os rascunhos quanto a publicação são muito parecidos no que diz respeito aos temas abordados por Amoroso Costa para apresentar as geometrias não-arquimedianas e, a partir desta, os números não-arquimedianos. O caminho lógico adotado por ele baseou-se na apresentação e negação do 14^a postulado de Veblen, ao qual o autor cita estar implícito o postulado de Arquimedes. A partir disso, Amoroso Costa pontua também a relação existente entre um dado seguimento e um número que expresse sua medida. A partir dessas considerações, ele assinala que a existência de uma geometria não-arquimediana implica a existência de um número que também não segue o postulado de Arquimedes. Ele menciona nas três versões do texto modelos numéricos deste tipo e em todas elas direciona maior atenção ao número de Veronese, ao qual se refere como sendo o mais simples sistema numérico não-arquimediano fornecido por esse matemático.

A diferença mais expressiva entre ambos os rascunhos e a publicação se apresenta na parte final do capítulo. Nos rascunhos, Amoroso Costa apresenta um caso particular de sistema de grandeza geométrica não-arquimediana enquanto no livro, em seu lugar, exhibe um exemplo de sistema numérico.

O modelo apresentado na seção Exemplo de grandeza não-arquimediana dos rascunhos foi baseado em Felix Christian Klein que aborda medidas angulares relacionadas à inclinação de curvas não necessariamente retas no plano. Amoroso Costa parecia ter dúvidas a respeito da nomenclatura utilizada para se referir a tais ângulos em seu texto uma vez que no rascunho mais antigo ele usa o termo “ângulos lunares” e posteriormente, no outro rascunho, “ângulos mixtos”. Em ambos os rascunhos ele não entra em maiores detalhes a respeito de tais ângulos, como as suas operações e propriedades, apenas cita que o modelo seria um exemplo de grandeza geométrica não arquimediana.

A publicação por sua vez, como mencionamos, apresenta um modelo de sistema numérico, contrastando com o título de seção, “Um exemplo de grandezas não-arquimedianas”, que Amoroso Costa não referencia. Tal sistema se constitui como um conjunto de pares ordenados, (a, b) , de números reais que seguem cinco propriedades apresentadas no texto. A ele corresponde um sistema de setas no plano. Para compreendê-lo, sugere Amoroso, podemos fazer uma analogia com o sistema cartesiano. Neste caso, a representaria a ordenada, correspondendo à altura da seta, e b à sua abscissa, correspondendo à distância da seta à origem. Os números reais seriam os casos de seta de ordenada nula.

Entre as duas versões de rascunhos e a publicação, os trechos que tratam do modelo geométrico de Klein e do modelo numérico apresentado por Amoroso Costa são completamente distintos uma vez que tratam de objetos distintos. Por outro lado, há ao longo do desenvolvimento das três versões diferenças sutis que podemos classificar em duas categorias.

A primeira categoria comporta os trechos em que houve mudança entre os dois rascunhos e que foram mantidas na publicação. Esses trechos apresentam diferenças relacionadas basicamente à

disposição do texto e à troca de termos por outros mais adequados e em grande parte parecem incidir apenas no âmbito sintático das sentenças, não acarretando maiores repercussões nos sentidos dos conceitos apresentados. Ainda sim, nesta categoria também existem trechos interessantes para nossa análise e que exemplificam as repercussões causadas ao texto pelas diferenças.

No primeiro rascunho, ao mencionar o postulado de Arquimedes, Amoroso Costa faz a seguinte consideração: “Com effeito, delle resulta que um seguimento dado pode ser representado por um numero real;” (AC.T.3.031, fôlio 162). A alteração ocorrida neste trecho para a segunda versão é sutil mas pode revelar uma das intenções do autor, vejamos: “A todo o segmento corresponde assim, univocamente, um numero real” (AC.T.3.033, fôlio 275). A alteração da expressão “pode ser”, da primeira versão, para a afirmação da univocidade entre segmento e número real, na segunda, pode refletir a intenção de explicitar a correspondência entre números e segmentos que Amoroso parece buscar assinalar em todo seu texto. O que nos leva a essa inferência é o fato de ser justamente essa correspondência que permite ao autor, a partir das geometrias não arquimedianas, chegar à concepção dos números não-arquimedianos. Mais adiante, ao definir geometria não-arquimediana o autor escreve “diz-se não-archimediato Todo systema geometrico em que se nega o postulado de Archimedes.” (AC.T.3.031, fôlio 163). Já na segunda versão Amoroso Costa parece utilizar o termo “geometria” como sinônimo de “systema geometrico”, além disso parece buscar enfatizar que o postulado de Arquimedes é apenas uma nomenclatura consensual a um postulado que já era conhecido por geometras anteriores a Arquimedes. Em outra passagem do texto ele explicita essa mesma ideia de forma explícita. Vejamos o trecho correspondente na segunda versão: “diz – se não-archimediana toda a geometria construida sobre a negação do chamado postulado de Archimedes.” (AC.T.3.033, fôlio 275, grifo nosso, grifo do autor).

Como um último exemplo dessa categoria destacamos os seguintes trechos do primeiro e segundo rascunhos: “São os numeros transfinitos de Veronese (os de Levi-Civita são mais geraes).” (AC.T.3.031, verso do fôlio 162, grifo do autor); “Os trabalhos de Veronese foram ainda generalizados por Levi-Civita (numeros monosemios)” (AC.T.3.033, fôlio 277, grifo do autor). Na segunda versão, ao utilizar o termo “os trabalhos” para se referir a produção do matemático Giuseppe Veronese (1854-1917), Amoroso Costa parece querer enfatizar que tal matemático se dedicou ao estudo de mais de um tipo de número não-arquimediano, uma vez que afirma, anteriormente, que o modelo apresentado é o mais simples dos “números de Veronese”.

A segunda categoria engloba os trechos em que houve mudança do primeiro para o segundo rascunho e deste para a versão publicada. Ela abarca a maior parte das diferenças que incidem sobre os conceitos abordados na teoria ou em trechos importantes do desenvolvimento textual.

Os seguintes trechos que tratam do fato que caracteriza um sistema geométrico e numérico não-arquimediano correspondem aos dois rascunhos e à publicação e exemplificam as sutilezas envolvidas nas diferentes versões: “Uma consequência immediata dessa negação é a existência de uma grandeza infinitamente pequena actual (inf. peq. em relação á unidade de medida adoptada)” (AC.T.3.031, fôlio 163). Aqui o autor trata do postulado de Arquimedes, ao citar sua negação, de forma mais geral se referindo a uma “grandeza infinitamente pequena actual”, apesar de anteriormente estabelecer como possibilidades para essas grandezas segmentos e números. Nas outras versões ele relaciona explicitamente o postulado a um segmento e este a um número: “A existência de semelhante segmento será, ao contrario, característica de ~~um todo o~~ systema não-archimediato, e por sua vez implicará a existência de um numero infinitamente pequeno actual.” (AC.T.3.033, fôlio 276) e “A existencia de tal segmento será, ao contrario, característica de todo o systema não-archimediato, implicando, por sua vez, a existencia de um numero infinitamente pequeno actual.” (COSTA, p. 211).

Os trechos “Podem-se conceber numeros formaes de um numero qualquer de unidades.]” (AC.T.3.031, verso do fôlio 162), “e nada impede de imaginar novas generalizações, analogas á dos complexos inferiores, pela introduccção de um numero qualquer de unidade.” (AC.T.3.033, fôlio 276) e “e nada impede de imaginar novas extensões, analogas á dos complexos superiores, pela introduccção de um numero qualquer de unidades.” (COSTA, p. 212) são mais um exemplo no qual podemos verificar como as sutis diferenças entre as versões incidem nos significados que o autor pretendia expor. No caso, a troca do termo “generalizações” por “extensões”, do segundo rascunho para a publicação, pode expressar com melhor exatidão o processo descrito por Costa uma vez que, ao que parece, ele pretendia expressar a noção de ampliação do conjunto dos números ordinários que agora

passa a compor os números não-arquimedianos, e portanto a troca do termo parece se adequar melhor à ideia.

Alguns trechos parecem indicar que Amoroso Costa possuísse um conhecimento aprofundado acerca do assunto, ou que pelo menos estivesse atualizado sobre ele. Em diversas passagens ele cita autores e trabalhos sobre o tema. Um exemplo encontra-se no primeiro rascunho, onde o autor aponta o seguinte trecho: ““M. Hilbert a fait la preuve qu’il n’y a point de combinaison si paradoxale, si “révoltante”, que ne puisse être conçue par quelque géomètre.” (Brunschvicg , Les ét. p. 515)”” (AC.T.3.031, verso do fólio 164). Essa passagem, uma citação de Brunschvicg, da obra *Les étapes de la philosophie mathématique*, de quem fez o curso "Teoria do conhecimento", no período de dezembro de 1920 a março de 1921, na Faculdade de Letras de Paris, foi traduzida e incorporada ao seu texto posteriormente.

Em outro ponto, ao apresentar o exemplo de grandeza não-arquimediana, o autor faz referências aos matemáticos Pierre Boutroux, *l'idéal scientifique des mathématiciens*, e John Wesley Young, *Lectures on Fundamental Concepts of Algebra and Geometry*. Em outra passagem o trecho “O systema dos angulos lunares é um continuo, isso mostra que existem continuos de typo mais geral que o habitual.” (AC.T.3.031, fólio 165) faz referência a um texto de Henri Poincaré contido na obra *La Science et l'Hypothèse*. As referências a Boutroux e Young não constam na publicação e a citação de Poincaré foi mantida sem referência ao matemático.

CONCLUSÕES

A análise crítica do texto de Amoroso Costa sobre grandezas e números não-arquimedianos possibilitou o reconhecimento de algumas das etapas de seu processo criativo. A análise evidenciou que Amoroso Costa buscou elencar os conceitos fundamentais para a exposição teórica do tema abordado em seu texto. Partindo da discussão geométrica, o autor procurou apresentar a relação existente entre grandezas geométricas e sistemas numéricos, valendo-se da noção de medida de grandezas contínuas, e então explicitar a relação existente entre um segmento e um número bem como sua recíproca. A partir disso Amoroso Costa desenvolve seu texto para apresentar a ampliação dos números reais a um conjunto mais amplo, os números não-arquimedianos, concluindo assim a existência de contínuos mais abrangentes que o real. Nessa direção o autor privilegiou um sistema proposto por Veronese sem no entanto desconsiderar que o mesmo, bem como outros matemáticos como David Hilbert (1862-1928) e Max Wilhelm Dehn (1878-1952), se dedicou a outros sistemas que apresentam a mesma propriedade.

O texto é sucinto e não se aprofunda em detalhes. Porém, os conhecimentos de Amoroso Costa a respeito do tema parecem ser mais profundos do que a obra sugere. Os rascunhos não deixam dúvidas de que o autor conhecia parte relevante das produções a respeito do tema e o sistema numérico apresentando na publicação pode ser uma contribuição de sua própria autoria. Essa constatação não foi possível até o momento, ficando para pesquisas futuras, assim como a análise e comparação com o modelo geométrico contido nos rascunhos que foi suprimido dando-lhe lugar na publicação.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao CNPQ que através do edital nº 119/2021 - Processo seletivo de bolsas PIBIC possibilitou a realização da pesquisa.

REFERÊNCIAS

COSTA, M. A. **As idéas fundamentaes da mathematica**. Rio de Janeiro: Pimenta de Mello, 1929.

MUSEU DE ASTRONOMIA E CIÊNCIAS AFINS. **Arquivo Amoroso Costa**: inventário sumário. Rio de Janeiro: MAST, 1995. Disponível em: http://zenith.mast.br/c_home.php. Acesso em: 10. Jan. 2021.

SALLES, C. A. **Crítica genética**: fundamentos dos estudos genéticos sobre o processo de criação artística. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2008.