

12º Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP - 2021

UTILIZANDO O GEOGEBRA PARA ESTUDAR A PRESENÇA DA RAZÃO ÁUREA NO HOMEM VITRUVIANO, NO PARTENON E NA CONCHA DO NAUTILUS MARINHO

PATRICK G. QUINTINO¹, RACHEL MARIOTTO²

¹. Discente do Curso Técnico em Administração Integrado ao Ensino Médio, IFSP, Câmpus Birigui, patrick.gabriel@aluno.ifsp.edu.br.

² Docente do Instituto Federal de São Paulo, Câmpus Birigui, rmariotto@ifsp.edu.br.

Área de conhecimento (Tabela CNPq): 1.01.00.00-8 Matemática

RESUMO: A Razão Áurea é uma proporção matemática estabelecida pela ideia de segmento em média e extrema razão, teorizada pelo matemático Euclides. O objetivo deste artigo é apresentar um breve contexto histórico da Razão Áurea e do número Φ , defini-los e analisar de que forma supostamente aparecem em três casos específicos: o Homem Vitruviano, o Partenon e a concha do Nautilus Marinho. Para tal, foi realizada a construção do segmento, do retângulo e da espiral áurea no software GeoGebra e feita a sobreposição nas imagens dos casos estudados. Através dessa experimentação verificou-se que são necessárias condições específicas para existência da Razão Áurea em cada exemplo citado.

PALAVRAS-CHAVE: Número de ouro; Número Φ ; Segmento Áureo; Retângulo Áureo; Espiral Áurea.

USING GEOGEBRA TO STUDY THE PRESENCE OF THE GOLDEN REASON IN THE VITRUVIAN MAN, THE PARTHENON AND THE NAUTILUS MARINE SHELL

ABSTRACT: The Golden Ratio is a mathematical proportion established by the idea of segment in mean and extreme ratio, theorized by the mathematician Euclid. The purpose of this article is to present a brief historical context of the Golden Ratio and the number Φ , define them and analyze how they supposedly appear in three specific cases: the Vitruvian Man, the Parthenon and the Nautilus Marine Shell. For this purpose, the construction of the segment, the rectangle and the Golden Spiral in the GeoGebra software was performed and the images of the studied cases were superimposed. Through this experimentation, it was verified that specific conditions are necessary for the existence of the Golden Ratio in each example mentioned

KEYWORDS: Gold number; Φ Number; Golden Segment; Golden Rectangle; Golden Spiral.

INTRODUÇÃO

Desde a antiguidade até a contemporaneidade diversos foram os estudos e análises sobre a percepção individual do que é belo. Essa concepção pode ser associada, muitas vezes, a uma proporção matemática: a Razão Áurea e ao “número dourado” (QUEIROZ, 2007). Lauro (2005) pontua que essa razão vem sendo estudada há muito tempo, principalmente pelos gregos. O matemático Euclides em sua obra *Os elementos*, descreveu uma maneira de se encontrar a mais agradável proporção entre duas medidas, essa proporção ficou conhecida posteriormente como segmento áureo. O resultado da razão entre as medidas é simbolizado pela letra grega ϕ (Phi maiúsculo) (lê-se: Fi), e é sempre igual a 1,618...

Segundo Livio (2006) uma das maiores contribuições no que diz respeito ao estudo da proporção áurea e o número Φ foi do matemático italiano Leonardo Fibonacci (c.1175-1250). Ramos (2013) afirma que Fibonacci, em seu livro *Liber Abaci*, de 1202, propôs a emblemática pergunta de quantos pares de coelhos terá ao fim de um ano, tal questionamento, considerando uma situação ideal, teve como resultado uma sequência de números naturais descrita por: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55... A qual é chamada de “Sequência de Fibonacci”. Esses números aparecerem em fenômenos desconexos e na própria relação com o número de ouro. Já Sodré (2013) pontua que durante séculos a Razão Áurea vem despertando a curiosidade sobre suas aplicações, contudo, há um misticismo nas relações estabelecidas, devido a sua harmonia.

O presente trabalho, influenciado pela matéria publicada por Ventura (2015) em Gizmodo Brasil, teve a finalidade de fazer experimentações sobre os mitos e verdades sobre a Razão Áurea. Desse modo, procurou-se entender matematicamente a proporção, a fim de que pudéssemos construir o segmento, retângulo e espiral áurea no software GeoGebra, e em seguida sobrepor essas construções nas imagens dos contextos selecionados e verificar a presença da razão matemática.

MATERIAL E MÉTODOS

A primeira etapa desta pesquisa foi uma revisão bibliográfica, em livros e artigos relacionados à Razão Áurea, englobando o contexto histórico em que ele se desenvolve. Também se realizou um estudo sobre os conteúdos matemáticos envolvidos com o tema, além de sua construção geométrica. Para tal utilizou-se o software GeoGebra.

O GeoGebra, principal plataforma utilizada no desenvolvimento do projeto, é um software de matemática gratuito, que mescla funcionalidades geométrica e algébricas além de tabelas, gráficos, dados estatísticos entre outros. O aplicativo é muito versátil e permite novas abordagens que tange tanto a pesquisa quanto novas estratégias de ensino e aprendizagem.

As construções do segmento, do retângulo e espiral áurea podem ser visualizadas, respectivamente, em: <https://www.geogebra.org/classic/hpburtqz>, <https://www.geogebra.org/classic/zehpajad>, <https://www.geogebra.org/classic/sadpzd9>.

A segunda etapa foi um mapeamento de contextos artísticos, arquitetônicos ou naturais que estão relacionados à Razão Áurea, de acordo com os autores estudados na revisão bibliográfica. Para a experimentação foram escolhidos o Homem Vitruviano, o Partenon e a concha do Nautilus Marinho, por terem referência, respectivamente, com o segmento áureo, retângulo áureo e a espiral áurea. Para cada um desses contextos foi utilizada uma imagem representativa que foi analisada pelos pesquisadores para a compreensão da existência da Razão Áurea. Essa verificação se deu através da sobreposição do segmento, do retângulo e da espiral áurea nas figuras obtidas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Razão Áurea, como dito anteriormente, é uma proporção matemática estudada por diversos estudiosos, e possui várias formas de encontrá-la. O trabalho a seguir abordará, principalmente, três dessas construções: o segmento áureo, o retângulo áureo e a espiral áurea. E será verificada a aplicação, respectivamente, no Homem Vitruviano, no Partenon e na concha do Nautilus Marinho.

1. SEGMENTO ÁUREO

O segmento áureo ou segmento em média e extrema razão é a razão obtida, segundo Euclides (2009, p. 231), quando divide-se uma reta em dois segmentos, de modo que a razão do maior segmento pelo menor, resulta exatamente no mesmo valor que a razão do comprimento total do segmento pelo maior. A figura 1 é a construção desse segmento no software GeoGebra.



FIGURA 1. Segmento áureo construído pelo GeoGebra (elaborado pelo autor)

Para obter o número Φ considere o tamanho AC igual a 1 unidade, o tamanho AB igual a x , o tamanho BC igual a $1 - x$, e o ponto B divide o segmento em média e extrema razão. Conforme a

proporção estabelecida por Euclides tem-se a seguinte relação: $\frac{AC}{AB} = \frac{AB}{BC}$, substituindo-se os valores tem-se: $\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x}$, que gera a equação $x^2 + x - 1 = 0$. Resolvendo essa equação obtém-se como resultado a raiz positiva $x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$. Essa fração tem um valor aproximado de 0,618, que quando substituído em $\frac{1}{x}$ resulta na Razão Áurea.

O Homem Vitruviano, obra de Leonardo Da Vinci, é descrito com proporções perfeitas, ideais e exemplares para os seres humanos e é relacionado à Razão Áurea por diversos autores. Um questionamento pertinente é se realmente o Φ aparece nas proporções indicadas por Da Vinci. Para analisar essa questão foi feito uma sobreposição do segmento áureo na obra de Da Vinci.

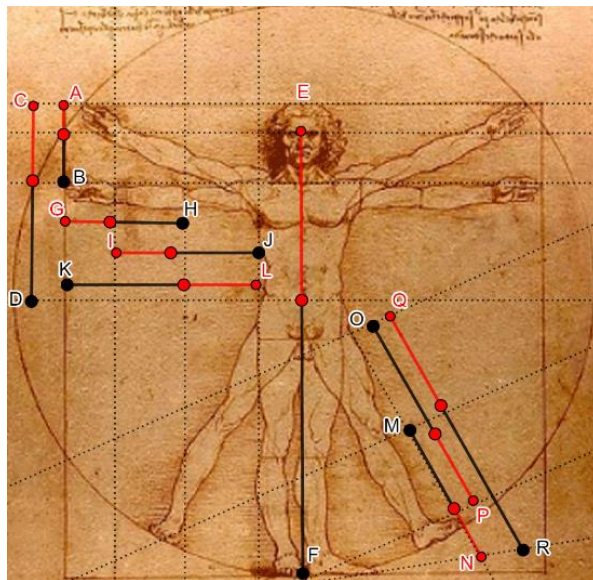


FIGURA 2. Homem Vitruviano e análise com segmentos áureos no GeoGebra.¹

Na figura 2, é possível observar as partes as quais são ditas estarem em média e extrema razão. Verificou-se que os segmentos AB, CD, GH, KL e MN, e as respectivas partes do corpo, parecem obedecer a proporção. Os segmentos IJ, OP e QR, em específico este, aproximam-se muito das proporções do corpo, mas não completamente. Já o segmento EF é o que menos se aproxima, uma vez que deveria ir da cabeça aos pés, porém, mesmo não sendo a exata proporção, está em média e extrema razão com a altura dos olhos e os pés.

2. RETÂNGULO ÁUREO

O retângulo áureo é uma figura geométrica cuja razão do comprimento pela largura dá um valor igual a Φ . Ele foi construído no software GeoGebra com auxílio das instruções presente no artigo “Razão Áurea” de Queiroz (2007), sua construção está presente na figura 3 (a).

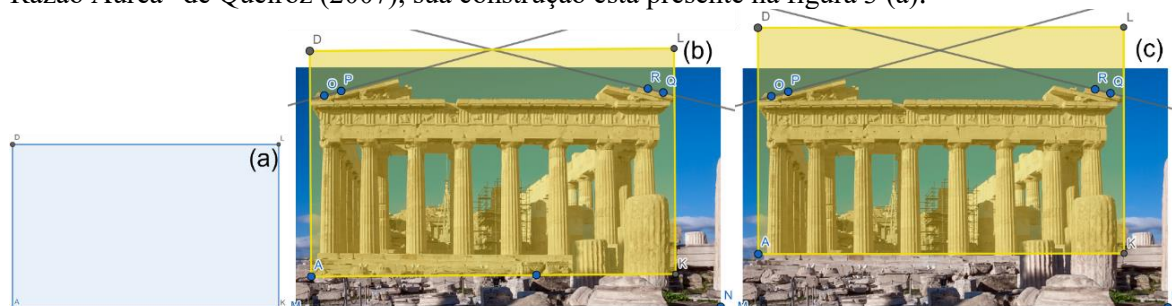


FIGURA 3. (a) Retângulo áureo. (b) Partenon inscrito no Retângulo áureo. (c) Partenon sem a escada²

¹ Fonte: <https://www.significados.com.br/homem-vitruviano/>

² Fonte: <https://www.istockphoto.com/br>

A existência da Razão Áurea no Partenon foi discutida por Livio (2006) que corrobora com Markowsky sobre o fato de que as partes do Partenon não coincidem totalmente com o Retângulo Áureo. Na experimentação percebeu-se que o monumento ficou inscrito na figura geométrica, com as seguintes considerações: o Partenon na imagem base não está alinhado corretamente, ou seja, possui uma perspectiva mais lateral; o retângulo somente se encaixa se for considerado as escadarias, do contrário a figura geométrica sobra e não circunscreve o templo (figura 3 (c)); foi necessário também, reconstruir o telhado, ainda que de forma mais superficial, com a utilização de duas retas e pontos que foram alinhados à estrutura original. A figura 3 (b) exemplifica o que foi mencionado, onde o retângulo amarelo corresponde ao retângulo áureo, e a imagem ao fundo o templo.

3. ESPIRAL ÁUREA

A espiral áurea é uma figura geométrica construída através do retângulo áureo, de modo que ao colocar um quadrado, o qual tem como lado a medida da altura do retângulo, sobre ele, forme um novo retângulo áureo, repetindo o processo infinitamente e unindo os cantos com um quarto de círculo ela é formada. Tal espiral cresce de forma constante, mas sua forma não se altera, onde cada área dos quadrados segue a ordem da Sequência de Fibonacci. A construção dessa espiral pode ser observada na figura 4 (a).

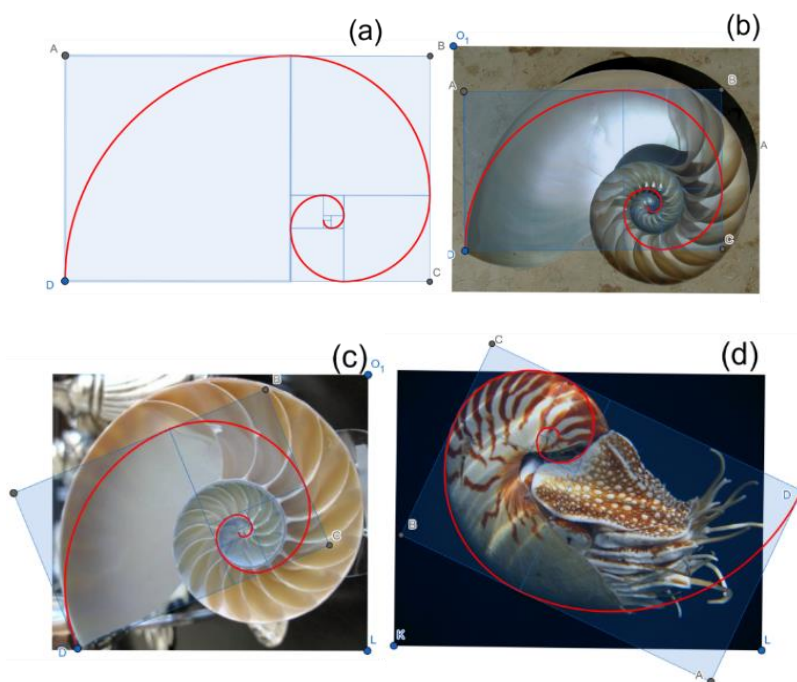


FIGURA 4. (a) Construção da Espiral Áurea (b) Espiral sobreposta na concha 1 (c) Espiral sobreposta na concha 2 (d) Espiral sobreposta no Nautilus Marinho³

Diante dessa forma geométrica, muito se especula sobre a presença desta em alguns fenômenos da natureza, como a semelhança dela com a concha do Nautilus Marinho. Muitos pesquisadores afirmam que a espiral pode ser inscrita dentro da concha. Para analisar se tal afirmação é verdadeira foram coletadas imagens da internet do animal e em seguida foi realizada a sobreposição da espiral áurea na concha, onde pode ser observado nas figuras 4 (b), 4 (c) e 4 (d). Para a sobreposição das figuras (b) e (c) a espiral foi alinhada ao centro, objetivando alinhar ao meio da concha e à volta lateral. Já a figura (d) tentou-se alinhar perfeitamente o formato externo da concha com a espiral.

CONCLUSÕES

³ Fontes: (b) <https://www.aquaa3.com.br/video-nautilus-em-aquario/> (c) https://twitter.com/ufrj_nautilus (d) <https://pinterest.com>

Ao estudar a Razão Áurea percebeu-se que esse tema aparece em diversos contextos, incluindo alguns não matemáticos. Entendendo as diversas possibilidades de estudo nessa área optou-se por investigar, com auxílio de um software de geometria dinâmica, o GeoGebra, alguns mitos e verdades propagadas. Com a inviabilidade de se conseguir exemplares reais dos casos estudados, optou-se pelo uso de imagens da internet, considerando-se que este trabalho não teve por objetivo demonstrar a veracidade da existência da Razão Áurea nos contextos analisados, mas sim, fazer experimentações a respeito.

Como resultado dessas experimentações, verificou-se que a Razão Áurea ora se aproxima e é evidenciada nos casos estudados, ora fica muito distante daquilo que é propagado.

Na primeira imagem estudada, o Homem Vitruviano, percebeu-se que a maioria das proporções do corpo da obra de Da Vinci se aproximam da Razão Áurea, contudo é válido pontuar que muito se especula sobre essas proporções, pois seriam irreais no corpo humano. No que tange a aplicação no Partenon, pode-se encontrar uma relação com a proporção matemática, contanto que alguns ajustes sejam feitos. Em relação a concha do Nautilus, pelas experimentações realizadas notou-se que há um modo de fazer a sobreposição da espiral áurea, no entanto, sem obter uma perfeita equivalência. Uma das maneiras de justificar a possibilidade dessa sobreposição é o fato de que a concha do Nautilus continua crescendo sem alterar sua forma, o que é fruto da evolução desse animal, e o mesmo ocorre com espirais logarítmicas (crescem sem alterar sua forma). Conforme afirma Livio (2006, p. 140) “a espiral logarítmica e a Razão Áurea caminham de mãos dadas”.

As experimentações reforçaram que é preciso cautela quanto a aplicação de conceitos matemáticos em situações diversas. Os casos aqui estudados são exemplos de possibilidades da existência da Razão Áurea envolvendo contextos de arte, de arquitetura e de natureza, no entanto, existem ainda outros casos a serem considerados. Assim, outras investigações semelhantes poderão ser realizadas.

REFERÊNCIAS

EUCLIDES. *Os elementos*. Trad.: Irineu Bicudo. São Paulo: Editora UNESP, 2009.

LAURO, M. M. *A Razão Áurea e os padrões harmônicos na natureza, artes e arquitetura*. Exacta, São Paulo, n. 3, p. 35-48, 2005.

LIVIO, M. *A Razão áurea: a história de fi, um número surpreendente*. Record, Rio de Janeiro, p. 1-333, 2006.

QUEIROZ, R. M. *Razão áurea*. 2007. 20f. Monografia (Desenvolvimento Educacional) - Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007. Disponível em: <<http://www.uel.br/projetos/matessencial/superior/pde/rosania-razao-aurea.pdf>>. Acesso em: 02 de nov. 2020.

RAMOS, M. G. O. *A Sequência de Fibonacci e o Número de Ouro*. 2013. 57f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) - Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas. Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, 2013. Disponível em: <<http://www.biblioteca.uesc.br/biblioteca/bdtd/201160277d.pdf>>. Acesso em: 04 de nov. 2020.

SODRÉ, L. O. *O número 142857 e o número de ouro: curiosidades, propriedades matemáticas e propostas de atividades didáticas*. 79f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2013. Disponível em: <<https://repositorio.ufjf.br/jspui/bitstream/ufjf/2364/1/leandrodeoliveirasodre.pdf>>. Acesso em: 04 de nov. 2020.

VENTURA, F. *Os mitos e verdades sobre a proporção áurea*. Gizmodo Brasil - UOL, 23 de abril de 2015. Disponível em: <<https://gizmodo.uol.com.br/mitos-proporcao-aurea/>>. Acesso em: 12 de mar. de 2021.