12º Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP - 2021

AS MÉDIAS NO COTIDIANO

VITÓRIA LINDA S. OLIVEIRA[1], JAMIELLI T. PEREIRA[2]

[1]Aluna do Técnico em Informática integrado ao Endino Médio, Bolsista PIBIFSP, IFSP, Câmpus Cubatão, vitoria.linda@aluno.ifsp.edu.br.

[2]Professora EBTT, IFSP, Câmpus Cubatão, jamielli.pereira@ifsp.edu.br

Área de conhecimento (Tabela CNPq): 1.01.00.00-8 Matemática.

RESUMO: O presente trabalho se dedica ao estudo das médias aritmética simples e ponderada, geométrica, harmônica e quadrática, com isso, são apresentadas suas respectivas definições, fórmula e utilidades no cotidiano. Elas serão exemplificadas mostrando suas aplicações através da resolução de problemas do dia a dia. Contudo, esse trabalho tem como objetivo mostrar a importância e utilização das médias no cotidiano, tendo em vista que suas utilizações são pouco conhecidas e abordadas pelos estudantes do Ensino Fundamental e no Ensino Médio.

PALAVRAS-CHAVE: médias; aplicações.

EVERYDAY AVERAGES

ABSTRACT: The present work is dedicated to the study of simple and weighted arithmetic average, geometric, harmonic and quadratic average, with this, their respective definitions, formulas and everyday utilities are presented. They will be exemplified showing their applications through solving everyday problems. In addition, this material aims to show the importance of averages, considering that they are very little known and addressed in Elementary and High Schools.

KEYWORDS: averages; applications.

INTRODUÇÃO

A princípio é necessário compreender o conceito de média. De acordo com (LIMA et al., 2005) a ideia de média é bastante importante. Uma média de uma lista de números é um valor que pode substituir todos os elementos da lista sem alterar uma certa característica da lista.

Há muitas maneiras de se obter uma média entre uma dada quantidade de números. Várias coleções de livros didáticos do Ensino Fundamental e Médio - como (OLIVEIRA; FUGITA, 2018), (CHAVANTE, 2018), (MORI; ONAGA, 2015), (BALESTRI, 2016), (DANTE, 2018) e (SAMPAIO, 2018) - que tratam o assunto média exploram somente conteúdos referentes às médias aritmética simples e ponderada, pois são as mais comuns, e não citam as médias geométrica, harmônica e quadrática.

Devido a essa abordagem feita nos livros, os estudantes fazem um processo de generalização quando se deparam com problemas que envolvem médias. Sem muita reflexão, eles aplicam o algoritmo da média aritmética acreditando terem resolvido a questão.

Apesar de serem negligenciadas, as médias geométrica e harmônica se constituem como instrumentos de fundamental importância no cotidiano. Por exemplo, em cálculos envolvendo matemática financeira, velocidade média, custo médio de bens comprados com uma quantia fixa, etc.

MATERIAIS E MÉTODOS

As médias aritmética, simples e ponderada, geométrica, harmônica e quadrática serão trabalhadas a seguir através da definição dos seus conceitos, utilizando as suas respectivas fórmulas apresentadas e detalhadas e de exemplos de suas aplicações.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Cada tipo de média possui uma característica única. A média aritmética é a mais conhecida pelos estudantes. A simples se dá pela soma de todos os números de uma lista divididos pela quantidade de itens da lista:

$$\overline{A} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n},$$

em que, $\overline{A}$ é a média aritmética simples, $x_i, i = 1, \ldots, n$, são os itens da lista e n é a quantidade de itens.

A média aritmética simples é utilizada, por exemplo, para calcular-se a média anual de um aluno, ou nas contas de energia e água, para calcular-se o consumo médio anual ou até mesmo o valor médio pago mensalmente.

Um exemplo de problema que é resolvido usando a média aritmética simples é o seguinte, uma empresa produziu, durante o primeiro trimestre do ano passado, 500, 200 e 200 unidades, em janeiro, fevereiro e março respectivamente. Qual foi a produção média mensal nesse trimestre?

Queremos uma média M tal que, se a produção mensal fosse sempre igual a M a produção trimestral seria a mesma. A produção trimestral foi de 500 + 200 + 200. Se em todos os meses a produção fosse igual a M, a produção trimestral seria igual a $3M$. Logo, $3M = 500 + 200 + 200$. Portanto, $M = 300$.

A média arimética ponderada exige um pouco mais de atenção durante o seu cálculo. Nela há valores que possuem maior importância, logo, são atribuidos a eles fatores de ponderação conhecidos como peso. Quanto maior o valor desse peso, maior a sua influência sobre o valor da média. Ela é calculada por meio do somatório das multiplicações entre valores e pesos divididos pelo somatório dos pesos:

$$\overline{P} = \frac{x_1.p_1 + x_2.p_2 + \ldots + x_n.p_n}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n},$$

em que, $\overline{P}$ é a média aritmética ponderada, $x_i, i = 1, \ldots, n$, são os itens da lista, n é a quantidade de itens e $p_i, i = 1, \ldots, n$, são os pesos.

A média ponderada pode ser utilizada, por exemplo, para calcular a média bimestral de alunos cujas atividades possuem diferentes pesos, ou até a média salarial de funcionários da mesma empresa, em que cada cargo possui um salário diferente.

Como exemplo, consideramos o problema em que um determinado carro é capaz de percorrer 9,2km com cada litro de álcool e 12,4km com cada litro de gasolina pura. Usando um combustível misto composto de 75% de gasolina pura e 25% de álcool, esse carro consiguirá percorrer quantos km com cada litro desse combustível?

Com o álcool é possível percorrer 9,2km/l, e com gasolina 12,4km/l. O combustível misto possui 75% (0,75) de gasolina e 25% (0,25) de álcool, ou seja, esses são os pesos para cada km/l. Portanto, a média será obtida por:

$$\overline{P} = \frac{12,4.0,75 + 9,2.0,25}{0,75 + 0,25} = \frac{9,3 + 2,3}{1} = 11,6km/l.$$

Sendo assim, o carro conseguirá percorrer 11,6km/l com esse combustível composto.

Apesar de muitas vezes a média ser generalizada apenas como média aritmética e esta ter variadas aplicações, em diversos casos, outras médias são preferíveis. A média geométrica pode ser uma delas. Ela é um valor positivo definida pela raiz enésima da multiplicação dos n elemntos da lista:

$$\overline{G} = \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n},$$

em que, $\overline{G}$ é a média geométrica, $x_i, i = 1, \dots, n$, são os itens da lista e n é a quantidade de itens.

A média geométrica pode ser aplicada na resolução de problemas que englobam taxas de crescimento (proporcionais, variados e exponenciais), ou seja, valores que passam por sucessivos aumentos ou permanecem de forma contínua.

Por exemplo, uma empresa aumentou sua produção durante o primeiro bimestre do ano passado. Em janeiro e em fevereiro, as taxas de aumento foram de 21% e 8% respectivamente. Qual foi a taxa média de aumento mensal nesse bimestre?

Queremos uma taxa média i tal que, se em todos os meses a taxa de aumento fosse igual a i, o aumento bimestral seria o mesmo. Em cada mês o valor x da produção é multiplicado por $(1+i)$, como está se referindo a um bimestre então será $(1 + i)^2$. Essa sentença será igual ao aumento de janeiro $(1,21)$ vezes o aumento de fevereiro $(1,08)$.

$(1 + i)^2 = (1,21).(1,08) \Rightarrow 1 + i = \sqrt{1,21.1,08}$

Note que essa é a média geométrica. Temos, $i = 0,1432$. Sendo assim, a taxa média de aumento é de $14,32\%$.

Neste exemplo, o fator de aumento médio é a média geométrica dos fatores de aumento mensais.

Para mais, outra média existente é a harmônica que é definida como o inverso da média aritmética dos inversos dos números:

$$\overline{H} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \ldots + \frac{1}{x_n}},$$

em que, $\overline{H}$ é a média harmônica; $x_i, i = 1, \dots, n$, são os itens da lista e n é a quantidade de itens.

Quando trabalha-se com grandezas inversamente proporcionais, a média harmônica é interessante para a representação do conjunto de dados, ela pode ser usada para resolver problemas de velocidade média, escoamento de água ou até mesmo de densidade.

Um exemplo de problema de velocidade média que usa a média harmônica é o seguinte, uma viagem de automóvel de ida e volta foi feita com uma velocidade de 48 km/h na ida e 72 km/h na volta. Qual foi a velocidade média em todo o percurso?

A velocidade média se da por $V = \frac{distancia}{tempo}$. Sendo assim, o tempo total será a distância total $2d$ (ida e volta) sobre a velocidade média:

$$\frac{2d}{v} = \frac{d}{48} + \frac{d}{72} \Rightarrow \frac{2}{v} = \frac{1}{48} + \frac{1}{72} \Rightarrow v = \frac{2}{\frac{1}{48} + \frac{1}{72}} \Rightarrow v = \frac{2}{\frac{5}{144}} \Rightarrow v = 57,6 \text{ km/h}$$

Nessa situação a média mais adequada foi a harmônica. A velocidade média do percurso é a média harmônica das velocidades.

Por fim a média quadrática é a raiz quadrada da média aritmética dos quadrados dos números:

$$\overline{Q} = \sqrt{\frac{(x_1)^2 + (x_2)^2 + \ldots + (x_n)^2}{n}},$$

em que, $\overline{Q}$ é a média quadrática, $x_i, i = 1, \ldots, n$, são os itens da lista e n é a quantidade de itens.

Utiliza-se a média quadrática, por exemplo, para medir a qualidade de uma lista de aproximações ou um desvio-padrão.

Para exemplificar, considere a situação que segue. A qualidade de uma aproximação é medida pelo seu erro, que é a diferença entre o valor da aproximação e o valor real da grandeza. Por exemplo, 4 é uma aproximação de 3,8 com o erro de 0,2 (também se diz uma aproximação de 3,8 por excesso, com erro de 0,2) e 5,5 é uma aproximação de 5,7 com erro de -0,2 (ou uma aproximação de 5,7 por falta, com erro de 0,2). Evidentemente, quanto mais próximo de zero estiver o erro, melhor será a aproximação. Mede-se a qualidade de uma lista de aproximações pela média quadrática dos seus erros. Também se usa o erro médio quadrático, que é o quadrado dessa média quadrática, ou seja, é a média aritmética dos quadrados dos erros.

Para verificar a melhor lista de aproximações é necessário utilizar o quadrado da média quadrática, por exemplo, considere as duas listas de aproximações do número 4:

Lista 1: 3; 4,5; 3,6, e

Lista 2: 3,2; 4,8.

Os erros médios quadráticos são respectivamente iguais a:

$$\frac{1^2 + 0,5^2 + 0,4^2}{3} = 0,47 \text{ e } \frac{0,8^2 + 0,8^2}{2} = 0,64.$$

Sendo assim, a Lista 1 é melhor que a Lista 2, pois seu erro é menor.

CONCLUSÕES

Assim, conclui-se que a aplicação das médias é diversa e a utilização das mesmas vai muito além do que se é ensinado nas escolas. Com o presente trabalho foi possível ampliar os conceitos de médias, mostrando suas definições e resolvendo exercícios, aplicados ao dia a dia das médias aritmética, geométrica, harmônica e quadrática, tendo em vista sua grande generalização, suas diversas aplicações, pouco relacionadas com as médias, mas as quais possuem um vasto conteúdo a ser explorado.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por todas as oportunidades que Ele coloca em meu caminho, aos meus pais e irmãos por sempre me proporcionarem uma ótima base e me incentivarem na busca de conhecimento e a dar o melhor de mim, agradeço ao Instituto Federal - câmpus Cubatão por proporcionar oportunidades de estudo, como essa bolsa, aos seus alunos e agradeço a minha professora orientadora Jamielli que confiou esse projeto a mim e vem me ajudando e ensinando.

REFERÊNCIAS

BALESTRI, R. D. *Matemática.* São Paulo: Coleção Integração e Tecnologia, 2016.

CARVALHO, P. C. P. *Médias e Princípio das Gavetas I*. Disponível em: <https://www.youtube.com/c/PROFMATVIDEOS/search?query=Medias>. Acesso em: 25 ago. 2021.

CARVALHO, P. C. P. *Médias e Princípio das Gavetas II*. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=QT-QhQmF2Ak>. Acesso em: 25 ago. 2021.

CHAVANTE, E. *Matemática*. São Paulo: Coleção Convergências, 2018.

DANTE, L. R. *Matemática*. São Paulo: Coleção Telari, 2018.

LIMA, E. L. et al. *A matemática do ensino médio*. Rio de Janeiro: Coleção do professor de matemática, 2005. v. 2.

MORI, I.; ONAGA, D. S. *Matemática Ideias e Desafios*. São Paulo: Coleção Mateática Ideias e Desafios, 2015.

OLIVEIRA, C. N. C.; FUGITA, F. *Matemática 7*. São Paulo: Coleção Geração Alpha, 2018.

PEREIRA, J. D. C. et al. Médias: Aritmética, geométrica e harmonica. [sn], Campinas, p. 3–5, 2014.

SAMPAIO, F. A. *Trilhas da matemática*. São Paulo: Coleção Matemática Telaris, 2018.