12º Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP - 2021

UM ESTUDO SOBRE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS APLICADAS A PERÍCIA FORENSE

LARA BINI CAVALHEIRO[1], MÁIRA PERES ALVES SANTIM[2]

[1] Discente em Licenciatura em Matemática, IFSP, Câmpus Birigui, larabinicavalheiro@gmail.com
[2] Mestre em Engenharia Elétrica, Professora, IFSP, Câmpus Birigui, maira.santim@ifsp.com.br
Área de conhecimento (Tabela CNPq): 1.01.02.04-3 Equações Diferenciais Ordinárias

RESUMO: Utilizando uma equação diferencial ordinária (EDO) conseguimos modelar e expressar problemas do cotidiano em linguagem matemática a fim de analisar seu comportamento. O trabalho de um perito forense está intrinsecamente relacionado à matemática aplicada. Nesse contexto, estudamos a Lei de Resfriamento de Newton, uma EDO, que nos permite determinar a hora da morte de um corpo em qualquer momento. Desse modo, este trabalho consiste num estudo de uma EDO aplicada a perícia forense, desenvolvendo a equação capaz de auxiliar numa cena de crime, mostrando então sua utilização fora do ambiente acadêmico a partir de um problema fictício.

PALAVRAS-CHAVE: Modelagem matemática; Lei de Resfriamento de Newton; Equação diferencial ordinária.

A STUDY OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS APPLIED TO FORENSIC EXPERT

ABSTRACT: Using an ordinary differential equation (ODE) we are able to model and express everyday problems in mathematical language in order to analyze their behavior. The work of a forensic expert is intrinsically related to applied mathematics. In this contexto, we study Newton's Law of Cooling, na ODE that allows us to determine the time of death of a body at any time. Thus, the work consists of a study of an ODE applied to forensic expertise, developing the equation capable of helping at a crime scene, showing its use in the outside academic environment.

KEYWORDS: Mathematical modelling; Newton's law of cooling; Ordinary differential equation.

INTRODUÇÃO

Um modelo matemático é um problema do mundo físico descrito em linguagem matemática. Tais modelos auxiliam a compreensão de fenômenos do mundo real (NAGLE; SAFF; SNIDER, 2012). Em linguagem matemática as relações do mundo físico e a taxa segundo a qual as coisas acontecem, são respectivamente funções e as suas derivadas (BOYCE; DIPRIMA, 2010). Um modelo matemático com equação diferencial (ED) possui derivadas de uma ou mais variáveis dependentes e podem conter uma ou mais variáveis independentes (ZILL, 2016). O trabalho em questão tratará apenas de EDOs, que são equações com derivadas de uma ou mais variáveis dependentes em relação a uma variável independente.

Equações diferenciais são interessantes por conta de suas possibilidades de utilização e investigação, em ciências físicas, sociais, biológicas (BOYCE; DIPRIMA, 2010), tais equações são um ótimo recurso para desenvolver modelos para descrever o comportamento de um determinado fenômeno. Equações diferenciais aplicadas à perícia forense nos permitem determinar a hora da morte de uma pessoa.

A perícia forense é uma atividade técnico-científica que visa analisar vestígios da cena de um crime (MACHADO, 2018). O perito analisa e estuda toda a cena, a vítima (quando houver) e objetos que foram deixados no local, com o objetivo de compreender o que aconteceu para solucionar o crime. Nessa análise há diversas áreas de atuação, tais como: química, medicina, física, informática, engenharias, contabilidade, biomedicina, sendo que a matemática está presente na maioria delas, principalmente as equações diferenciais, que, segundo Almeida Júnior (2017), são usadas para a análise da trajetória de um projétil. O trabalho em questão visa evidenciar uma aplicação de EDO, mostrando como desenvolver a equação que nos permite determinar a hora da morte de um corpo.

MATERIAL E MÉTODOS

Foi realizada pesquisa bibliográfica em livros físicos, e-books, dissertações e artigos para uma compreensão sobre modelagem matemática, equações diferenciais, o trabalho do um perito forense, equilíbrio térmico, Lei de Resfriamento de Newton e a aplicação em questão que aborda todos os temas citados.

A Lei de Resfriamento de Newton diz que a taxa de variação da temperatura em relação ao tempo é proporcional a diferença da temperatura do corpo em relação ao ambiente. Transcrevendo em termos matemáticos obtêm-se a seguinte expressão:

$$\frac{dT}{dt} \propto (T - T_a) \quad (1)$$

em que,
$T = T(t)$ - temperatura do corpo, °C;
t - tempo, horas;
T_a - temperatura do ambiente, °C.

A partir da proporcionalidade foi escolhido um $k \in \mathbb{R}$ tal que, a letra k representa a constante de proporcionalidade, ela é inserida na equação para substituir o sinal de proporcionalidade, podendo então escrever a relação (1) como a seguinte equação,

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_a) \quad (2)$$

em que,
k- constante de proporcionalidade.

Na equação (2) o sinal negativo se dá por conta de estarmos trabalhando com um resfriamento, isto é, uma perda de calor. A equação em questão é uma EDO linear, homogênea de grau um, que possui solução através da separação de variáveis. Dada por:

$$T(t) = A.e^{-kt} + T_a \quad (3)$$

em que,
A - constante;
e - número de Euler.

Tal equação é um problema de valor inicial que possui solução única. Para a condição inicial $T_0 = T(0)$ (FIGUEIREDO; NEVES, 1997), $T(t)$ é reescrita como:

$$T(t) = (T_0 - T_a)e^{-kt} + T_a \quad (4)$$

Com a equação (4) consegue-se determinar a temperatura de um corpo em qualquer instante t. Para uma melhor compreensão do problema é válido ressaltar duas hipóteses que, de acordo com Figueiredo e Neves (1997, p. 28): “i) a temperatura T é a mesma em todo o corpo e depende apenas do tempo t, ii) a temperatura T_a do meio ambiente é constante com o tempo e é a mesma em todo o meio ambiente [...]”.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir da metodologia descrita foi desenvolvida uma forma de determinar a hora da morte de uma vítima através da modelagem matemática, fazendo o uso de uma equação diferencial ordinária. Para elucidar a aplicação podemos propor o seguinte problema fictício: A 1:30 da manhã a polícia chega à casa do Sr. e da Sra. Wilson e encontra o Sr. Wilson no chão morto e consulta a temperatura do ambiente, observando que a casa está a 23°C. Vizinhos relataram que a Sra. Wilson ficou na casa das 19 horas à meia noite e que ouviram gritos durante esse tempo. Meia hora depois o perito criminal chega para inspecionar a cena no crime e afere a temperatura do corpo, registrando 31°C. Uma hora depois ele volta e mede novamente a temperatura e vê que o corpo está em 30°C. Com base nas informações, a Sra. Wilson é uma suspeita para o possível assassinato?

Para o auxílio da aplicação, segue a tabela abaixo:

TABELA 1. Dados informados

Personagem	Horário	Temperatura do ambiente	Temperatura do corpo
Policial	1:30 am	23° C	-
Perito	2:00 am	23° C	31° C
Perito	3:00 am	23° C	30 °C

Fonte: Elaborado pelas autoras

Determinemos o que estes dados da tabela 1 significam na equação (4).

T_0 = T(0) = 31° C, pois é a primeira temperatura aferida pelo perito;

T_a = 23°C, a temperatura ambiente é constante e o policial registrou;

T(1) = 30°C, a temperatura registrada após uma hora do perito chegar ao local.

Fazendo as devidas substituições na equação (4), temos que:

$$T(t) = 8e^{-kt} + 23 \quad (5)$$

Com a equação (5) é possível determinar a temperatura do corpo da vítima para qualquer momento t. Dito isso, para que se saiba qual é o horário da morte do personagem fictício em questão, é preciso determinar a constante de proporcionalidade k. Para isso, utiliza-se T(1).

$$30 = 8e^{-k} + 23 \Leftrightarrow k = 0{,}133531$$

Com a constante de proporcionalidade k determinada, ao realizar a substituição na equação (5), obtemos a temperatura do corpo em qualquer momento. Para dar prosseguimento é preciso considerar que um ser humano vivo possui temperatura média de 36,5°C. Dessa forma, o objetivo é determinar a hora em que o corpo do Sr. Wilson estava a 36,5°C na equação (5).

$$36{,}5 = 8e^{-0{,}133531t} + 23 \Leftrightarrow t \cong -3{,}91\ horas\ \Leftrightarrow t \cong -3h54min \quad (6)$$

Aliando o tempo dado na equação (6) com a temperatura do copo do Sr. Wilson medida pela última vez as 3:00 am, consegue-se determinar que ele foi morto por volta das 23h:06min, colocando assim a Sra. Wilson como suspeita do possível assassinato.

Após elucidar a aplicação de uma EDO na área de perícia forense que auxilia da determinação da hora da morte de um indivíduo, vale ressaltar que foi utilizado um caso fictício pois as revistas criminalísticas não fornecem todos os dados necessários para a determinação da hora da morte. Além da aplicação vista nesse trabalho, há outra interessante em Almeida Júnior (2017), abordando o movimento dos projéteis e sua trajetória, em que as EDOs auxiliam no estudo da velocidade instantânea, da velocidade vertical e horizontal, além de conseguirem fazer toda uma análise da movimentação do projétil.

CONCLUSÕES

As equações diferenciais são ferramentas muito importantes no auxílio de problemas reais de diversas áreas, como por exemplo na medicina, economia, física, química, engenharia e a perícia forense, vista nesse trabalho. Para se chegar ao estudo de EDOs, os estudantes precisam fazer a disciplina de cálculo diferencial e integral, que é a base para tais equações. Muitas vezes, pelo excesso de teoria, os problemas aplicados são pouco explorados ou nem sequer são vistos, e isso faz com que os alunos não consigam enxergar a importância que essas equações têm fora do ambiente acadêmico.

Nesse trabalho, com o auxílio da modelagem, foi possível ver como aplicar a matemática em um problema do cotidiano de um perito forense. Embora não tenha sido possível encontrar dados reais com a riqueza de detalhes necessárias para aplicação, mostramos com um caso fictício a utilização de tais equações pelos peritos forenses e sua importância diante de uma cena de crime para que os suspeitos sejam investigados.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA JÚNIOR, Otaviano de. **Um estudo sobre o movimento de projéteis balísticos e sua trajetória**. São Paulo: Blucher, 2017. 70 p.

BOYCE, W. E.; DIPRIMA, R. C. **Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2010. 604 p.

FIGUEIREDO D. G. ; NEVES, A. F. **Equações Diferenciais Aplicadas**. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 1997. 307 p.

MACHADO, Fernanda Sales Figueiró. **Perícia Forense – Criminalística**. Rio de Janeiro: Seses, 2018. 160 p.

NAGLE, R. K.; SAFF, E. B.; SNIDER, A. D. **Equações Diferenciais**. 8. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2012. 562 p.

ZILL, D. G. **Equações diferenciais com aplicações em modelagem**. 3. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2016. 437 p.