

DESENVOLVIMENTO DE UMA FERRAMENTA COMPUTACIONAL PARA O ESTUDO DE DESLOCAMENTO EM VIGAS ISOSTÁTICAS PELO PRINCÍPIO DOS TRABALHOS VIRTUAIS.

ANA LÚCIA F. RAMOS¹, VINICIUS D. G. FLOR², DOUGLAS L. AFONSO³

¹ Graduanda em Engenharia Civil, IFSP, Campus Caraguatatuba, a.ramos@aluno.ifsp.edu.br.

² Graduando em Engenharia Civil, IFSP, Campus Caraguatatuba, vinicius.flor@aluno.ifsp.edu.br.

³ Professor de Estrutura do Departamento de Engenharia Civil, IFSP, Campus Caraguatatuba, douglas.laraf@gmail.com.
Área de conhecimento (Tabela CNPq): 3.01.02.04-1 Mecânica das Estruturas

RESUMO: O uso de softwares para cálculo de estruturas na Engenharia Civil tem se tornado cada vez mais frequente no dia a dia de estudantes e profissionais da área, visto que validam os resultados de cálculos realizados manualmente e auxiliam no processo de aprendizagem do estudante. O objetivo deste trabalho foi desenvolver uma ferramenta computacional com a linguagem de programação Python® que execute o cálculo de deslocamento em vigas isostáticas biapoiadas com carga concentrada para baixo pelo Princípio dos Trabalhos Virtuais e também, validá-lo verificando o percentual de semelhança de resultados com os gerados pelo software FTOOL. Os resultados gerados pelo programa desenvolvido obtiveram um percentual de semelhança de 100% em relação aos apresentados pelo software FTOOL.

PALAVRAS-CHAVE: engenharia civil; análise estrutural; python; deslocamento; princípio dos trabalhos virtuais.

DEVELOPMENT OF A COMPUTATIONAL TOOL FOR THE STUDY OF DISPLACEMENT IN ISOSTATIC STRUCTURES BY THE PRINCIPLE OF VIRTUAL WORK

ABSTRACT: The use of software for calculating structures in Civil Engineering has become increasingly common in the daily lives of students and professionals in the field, since they validate the results of calculations performed manually and assist in the student's learning process. The objective of this work was to develop a computational tool with the Python® programming language that performs the displacement calculation in isostatic biaped beams with load concentrated downwards by the Principle of Virtual Work and also, validating it by verifying the percentage of similarity of results with those generated by the FTOOL software. The results generated by the developed program obtained a similarity percentage of 100% compared to those presented by the FTOOL software.

KEYWORDS: civil engineering; structural analysis; python; displacement; principle of virtual work.

INTRODUÇÃO

Kassimali (2015) definiu a análise estrutural como “uma parte integrante de qualquer projeto de engenharia de estruturas, sendo sua função a previsão do desempenho da estrutura proposta”, o que mostra o quão importante é o entendimento pleno da mesma para a formação de um estudante de engenharia civil apto para o mercado de trabalho. Contudo, segundo Sabino e Bono (2010), “os cálculos realizados na análise estrutural são complexos e, se realizados a

mão, demandam muito tempo e podem levar facilmente a erros”, logo, somente o estudo da teoria dos métodos de análise não será efetivo para o aprendizado do estudante.

Como complemento para o ensino-aprendizagem de análise estrutural, de acordo com Branchier (2017), pode-se considerar o “uso de ferramentas tecnológicas”, pois elas “associam os conceitos e métodos teóricos em uma abordagem realista, mais próxima da prática profissional” visto que os cálculos estruturais em escritórios de engenharia são feitos com o auxílio de softwares.

Levando em consideração a necessidade da junção dos conteúdos teóricos e da aplicação dos softwares para obtenção de um melhor aproveitamento dos discentes, o presente trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de uma ferramenta computacional com o uso da linguagem Python® para que seja possível realizar o cálculo de deslocamento em vigas isostáticas biapoiadas com carga concentrada aplicada para baixo através do Princípio dos Trabalhos Virtuais.

MATERIAL E MÉTODOS

O projeto utilizou a linguagem Python® para a criação de uma ferramenta computacional para o cálculo de deslocamento em vigas isostáticas biapoiadas com a aplicação de força concentrada para baixo. Para isso, foi necessário um computador com Python® instalado e com acesso à internet para eventuais pesquisas. Também foram realizadas reuniões semanais entre os autores para a troca de informações sobre o código.

A princípio, o programa faz a leitura dos dados introduzidos pelo usuário, sendo eles:

- A força concentrada em kN;
- O comprimento da viga em m;
- A distância do apoio A até a força (F) em m;
- A rigidez à flexão da viga (EI)

Em seguida, a partir dos dados de entrada, o programa calcula as reações de apoio, como mostrado na Figura 1, e o momento fletor da viga, tanto para o caso real, quanto para o virtual. Por fim, aplica-se o Princípio dos Trabalhos Virtuais, Equação 1, para encontrar o deslocamento no ponto informado.

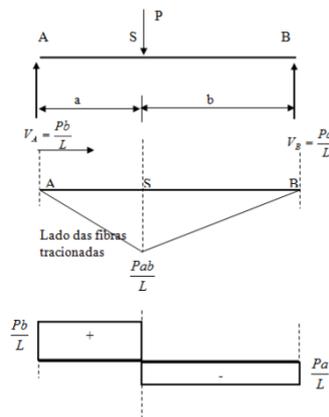


FIGURA 1. Imagem utilizada como base para o desenvolvimento do código. Fonte: <https://www.ufjf.br/lrm/files/2010/05/VIGAS-PARTE-2.pdf>.

$$\Delta = \int_0^L \frac{\bar{M}M}{EI} dx \quad (1)$$

em que,

Δ - deslocamento, m;

\bar{M} e M - momento virtual e real, kN.m;

E - módulo de elasticidade do material, kPa;

I - momento de inércia, m⁴;

L - largura da seção analisada, m.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Como resultado, obteve-se o código em linguagem Python disposto na figura a seguir.

```

1 from sympy import Symbol
2 from sympy import Integral
3
4 # ***VIGA COM FORÇA PONTUAL***
5 #
6 #
7 #
8 #
9 #
10 #
11 #
12 def carga_pontual():
13     F = float(input('Digite o valor da força(kN):'))
14     L = float(input('Digite o tamanho da viga(m):'))
15     a = float(input('Digite a distância do apoio A até a força F(m):'))
16     EI = float(input('Digite o valor de EI:'))
17     x = Symbol('x')
18     #CASO REAL
19     Vb = (F*a)/L #Reação de apoio em B
20     Va = F-Vb #Reação de apoio em A
21     if a == 0: #CASO ESPECIAL: F no apoio A
22         M_pontual1 = (Va*x) * (F*x)
23         M_pontual2 = M_pontual1
24     elif a == L: #CASO ESPECIAL: F no apoio B
25         M_pontual1 = (Va*x) * (F*(x-a)) + (Vb*(x-a))
26         M_pontual2 = M_pontual1
27     else: #CASO GERAL
28         M_pontual1 = (Va*x)
29         M_pontual2 = (Va*x) * (F*(x-a))
30     #CASO VIRTUAL
31     VB = (1*a)/L #Reação de apoio em B
32     VA = 1-VB #Reação de apoio em A
33     if a == 0: #CASO ESPECIAL: F no apoio A
34         m_pontual1 = (VA*x) * (1*x)
35         m_pontual2 = m_pontual1
36     elif a == L: #CASO ESPECIAL: F no apoio B
37         m_pontual1 = (VA*x) * (1*(x-a)) + (VB*(x-a))
38         m_pontual2 = m_pontual1
39     else: #CASO GERAL
40         m_pontual1 = (VA*x)
41         m_pontual2 = (VA*x) * (1*(x-a))
42     desloc = (Integral((M_pontual1*m_pontual2)/EI, (x,0,a)) + Integral((M_pontual2*m_pontual2)/EI, (x,a,L))).doit() #Deslocamento
43     print('CASO REAL')
44     print('Va é igual a:', Va, 'kN')
45     print('Vb é igual a:', Vb, 'kN')
46     print('O momento real quando x está entre 0 e a é igual a:', M_pontual1)
47     print('O momento real quando x está entre a e b é igual a:', M_pontual2)
48     print('CASO VIRTUAL')
49     print('Va é igual a:', VA, 'kN')
50     print('Vb é igual a:', VB, 'kN')
51     print('O momento virtual quando x está entre 0 e a é igual a:', m_pontual1)
52     print('O momento virtual quando x está entre a e b é igual a:', m_pontual2)
53     print('O deslocamento é:', desloc)
54     carga_pontual()

```

FIGURA 2. Código em linguagem python criado pelos autores para o cálculo do deslocamento em viga isostática biapoiada pelo princípio do trabalho virtual. Fonte: Autores.

Para que fosse possível a verificação da eficácia do código desenvolvido, efetuou-se a solução do exemplo demonstrado na figura abaixo, considerando os três casos de localização da força na viga: sobre o apoio A, entre os apoios A e B e sobre o apoio B.

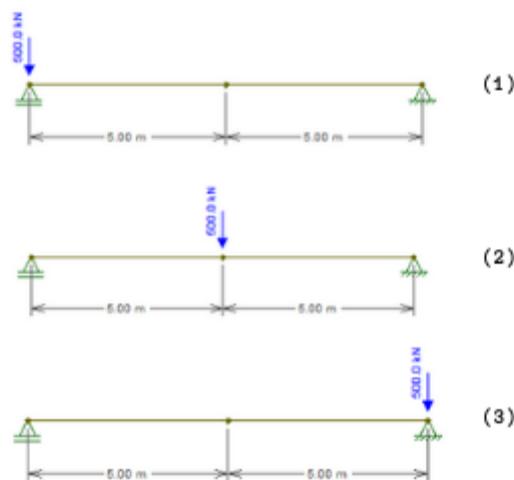


FIGURA 3. Exemplo de viga isostática biapoiada com força concentrada aplicada para baixo para abordar os três casos presentes no código implementado. Fonte: elaborado pelos autores com imagens da ferramenta FTOOL.

Os dados de entrada utilizados são apresentados na tabela 1. Considerou-se $E=200$ GPa, $I=800(10^6)$ mm⁴ e a Força (F) como sendo positiva, pois o sinal negativo já foi usado no código.

TABELA 1. Entrada de dados. Fonte: Autores.

Caso 1 – Força sobre o apoio A	
Descrição	Dados
Força concentrada aplicada F (kN)	500
Comprimento da viga L (m)	10
Distância do apoio A até a força a (m)	0
Rigidez da viga EI (kN.m ²)	160000
Caso 2 – Força entre os apoios A e B	
Descrição	Dados
Força concentrada aplicada F (kN)	500
Comprimento da viga L (m)	10
Distância do apoio A até a força a (m)	5
Rigidez da viga EI (kN.m ²)	160000
Caso 3 – Força sobre o apoio B	
Descrição	Dados
Força concentrada aplicada F (kN)	500
Comprimento da viga L (m)	10
Distância do apoio A até a força a (m)	10
Rigidez da viga EI (kN.m ²)	160000

Os resultados gerados pelo código são apresentados na figura 4.

```

Caso 1 – Força sobre o apoio A
CASO REAL
Va é igual a: 500.0 kN
Vb é igual a: 0.0 kN
O momento real quando x está entre 0 e a é igual a: 0
O momento real quando x está entre a e b é igual a: 0
CASO VIRTUAL
Va é igual a: 1.0 kN
Vb é igual a: 0.0 kN
O momento virtual quando x está entre 0 e a é igual a: 1.0*x
O momento virtual quando x está entre a e b é igual a: 0
O deslocamento é: 0

Caso 2 – Força entre os apoios A e B
CASO REAL
Va é igual a: 250.0 kN
Vb é igual a: 250.0 kN
O momento real quando x está entre 0 e a é igual a: 250.0*x
O momento real quando x está entre a e b é igual a: 2500.0 - 250.0*x
CASO VIRTUAL
Va é igual a: 0.5 kN
Vb é igual a: 0.5 kN
O momento virtual quando x está entre 0 e a é igual a: 0.5*x
O momento virtual quando x está entre a e b é igual a: 5.0 - 0.5*x
O deslocamento é: 0.06510416666666668

Caso 3 – Força sobre o apoio B
CASO REAL
Va é igual a: 0.0 kN
Vb é igual a: 500.0 kN
O momento real quando x está entre 0 e a é igual a: 0
O momento real quando x está entre a e b é igual a: 0
CASO VIRTUAL
Va é igual a: 0.0 kN
Vb é igual a: 1.0 kN
O momento virtual quando x está entre 0 e a é igual a: 0
O momento virtual quando x está entre a e b é igual a: 0
O deslocamento é: 0

```

FIGURA 4. Tela de saída do programa para os três casos abordados no exemplo. Fonte: Autores.

Os dados de saída apresentados pelo código computacional desenvolvido foram comparados com os dados obtidos no software FTOOL. Os diagramas de esforço cortante, momento fletor e deformação da viga para o caso 2 levantado pode ser observado na Figura 5.

Os casos 1 e 3 tiveram todos os diagramas zerados, conforme também foi mostrado nos resultados do código implementado.

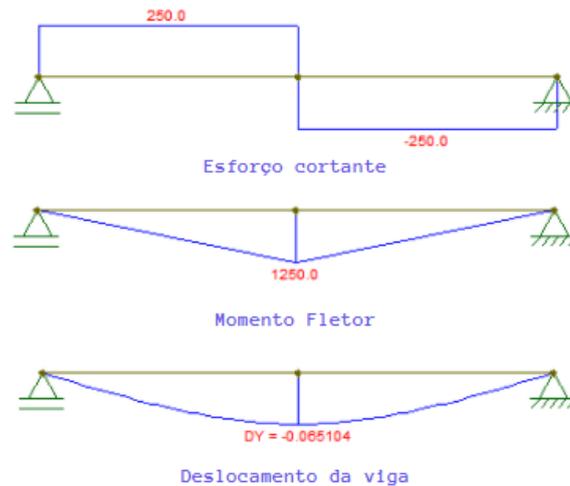


FIGURA 5. Diagramas gerados no FTOOL para o caso 2 do exemplo. Fonte: Autores.

A comparação dos resultados do código desenvolvido e do software FTOOL está disposta na Tabela 2.

TABELA 2. Comparação dos dados. Fonte: Autores.

	Software FTOOL	Programa em Python
Deslocamento do Caso 1	0.0 m	0.0 m
Deslocamento do Caso 2	-0.065104 m	0.06510416666666667 m
Deslocamento do Caso 3	0.0 m	0.0 m

CONCLUSÕES

No presente trabalho foi desenvolvido um código computacional na linguagem Python® para o cálculo do deslocamento em vigas isostáticas biapoiadas com aplicação de carga concentrada para baixo. O mesmo foi validado por meio da resolução de um exemplo que continha três casos em que a força foi aplicada em pontos diferentes da viga. Após a comparação dos dados de esforços cortantes, momentos fletores e deslocamentos, conclui-se que o código desenvolvido gerou resultados praticamente idênticos aos apresentados pelo software FTOOL, visto que os sinais já foram considerados no código, portanto, comprova-se a validade da precisão do código proposto.

REFERÊNCIAS

BRANCHIER, H. S. Contribuições dos softwares na aprendizagem de análise e cálculo de elementos estruturais. 2017. 108 f. TCC (Graduação) – Curso de Engenharia Civil, Universidade do Vale do Taquari – Univates, Lajeado, 2017. Disponível em:< <https://www.univates.br/bdu/bitstream/10737/1924/1/2017HenriqueBranchier.pdf>> . Acesso em: 27 set 2020.

KASSIMALI, A. Análise estrutural. 5. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2015. 739 p. Tradução de Noveritis do Brasil; Revisão técnica Luiz Antonio Vieira Carneiro.

SABINO, R. B. G; BONO, G. F. F. Programa Educacional para Análise de Estruturas Reticuladas. XVIII Congresso de Iniciação Científica da UFPE (Conic) e VII Congresso de Iniciação em Desenvolvimento Tecnológico e Inovação da UFPE (Coniti), 2010.