

O QUE É A TRANSFORMADA DE HILBERT-HUANG E QUAIS AS SUAS APLICAÇÕES TECNOLÓGICAS?

MATEUS O. SILVA¹, EMERSON DOS REIS², MATHEUS F. F. DE ANDRADE³

¹ Graduando em Engenharia de Controle e Automação, IFSP, Campus São João da Boa Vista, mateus.silva@aluno.ifsp.edu.br

² Professor, IFSP, Campus São João da Boa Vista, emersonr@ifsp.edu.br

³ Professor, IFSP, Campus São João da Boa Vista, matheus.felix@ifsp.edu.br

Área de conhecimento (Tabela CNPq): 3.04.02.00-0 Medidas Elétricas, Magnéticas e Eletrônicas; Instrumentação.

RESUMO: Os métodos de análise de sinais tradicionais mais utilizados são, em sua maioria, baseados na hipótese de que os sistemas que os manipulam são lineares ou invariantes no tempo, de modo a aumentar a complexidade do estudo de sinais não-lineares. Contudo, a maioria dos sistemas conhecidos são naturalmente não lineares e variantes no tempo. Dos métodos concebidos para o processamento e análise desses sinais, destaca-se a Transformada de Hilbert-Huang, composta por duas etapas: a primeira consiste em um modo de decomposição empírico desses sinais, enquanto a segunda, compreende a aplicação da análise do espectro de Hilbert, permitindo a obtenção de resultados. Assim, este trabalho tem a finalidade de apresentar Transformada de Hilbert-Huang, com destaque à sua aplicação e representação dos resultados, a qual utiliza de ferramentas computacionais para desenvolvimento de algoritmos, visando às aplicações tecnológicas.

PALAVRAS-CHAVE: análise de sinais; decomposição empírica; espectro de Hilbert.

WHAT IS THE HILBERT-HUANG TRANSFORM AND WHAT ARE ITS TECHNOLOGICAL APPLICATIONS?

ABSTRACT: The most used methods of analyzing traditional signals are mostly based on the hypothesis that the systems that manipulate them are linear or time-varying, in order to increase the complexity of the study of non-linear signals. However, most of the known systems are naturally non-linear and time-varying. Among the methods designed for processing for the analysis of these signals, the Hilbert-Huang Transform stands out. It consists of two stages, where the first one consists of an empirical decomposition mode of the signal, while the second comprises the application of Hilbert spectrum analysis. Therefore, this work has the purpose of presenting Hilbert-Huang Transform and its application, with emphasis on its application and representation of the results, which use computational tools for the development of algorithms, aiming at technological applications.

KEYWORDS: signal analysis; empirical decomposition mode of signals; Hilbert spectrum.

INTRODUÇÃO

Sinais são gerados e registrados a partir de muitos processos industriais. Após a aquisição e o registro, tais sinais podem ser processados e analisados a partir de diferentes técnicas, cada qual podendo ser aplicada a determinada situação e permitindo gerar informações muitas vezes distintas do próprio processo. Essas informações costumam ser a base para o desenvolvimento de algoritmos de controle de processos, mapeando o comportamento do sistema de acordo com as características dos sinais. Por isso, tais dados são utilizados para o aprimoramento do processo e a qualidade do produto (OPPENHEIM; WILLSKY, 2010). Entretanto, os métodos mais difundidos se baseiam na transformada de Fourier e na de ondaletas ou *wavelets* sendo adequados para sistemas lineares, o que acarreta maior complexidade ou mesmo a inviabilidade ao estudo de sistema cuja resposta seja não-linear (HUANG; SHEN, 2005). Visto que a grande maioria dos sistemas e fenômenos estudados e conhecidos são não-lineares, técnicas

de processamento e de análise de sinais foram introduzidos, tal como aquela baseada na chamada transformada de Hilbert-Huang (HHT), a qual permite a análise, inclusive, de sinais provenientes de sistemas variantes no tempo (HUANG; SHEN, 2005). A HHT foi desenvolvida para estudar ondas do oceano, as quais são oriundas de um fenômeno não-linear e variante no tempo (YAN; GAO, 2007).

Dado o exposto, este trabalho tem o propósito de apresentar a técnica baseada na Hilbert-Huang, junto a sua metodologia e áreas de aplicação, demonstrando a decomposição empírica e a análise do espectro de Hilbert.

MATERIAL E MÉTODOS

O processamento de sinais com base na transformada de Hilbert-Huang é comumente realizado em duas etapas, visto que o conceito deste método envolve análise adaptativa (HUANG; SHEN, 2005).

A primeira etapa consiste em decompor o sinal original em um número finito de funções características. Este processo é conhecido como decomposição de modo empírico ou *Empirical Mode Decomposition* (EMD). Esse é o ponto chave da HHT, já que a EMD é realizada partindo da hipótese de que qualquer sinal complexo consiste em um número de diferentes modos intrínsecos e simples de oscilação que não necessariamente devem ser senoidais. Baseado nisso, cada modo de oscilação de baixa e de alta frequência é extraído do sinal original. Cada modo de oscilação é chamado de função de modo intrínseco ou *intrinsic mode function* (IMF) (SHI; LUO, 2003).

Primeiramente, identificam-se todos os máximos locais do sinal complexo original, $X(t)$. Depois, “conectam-se” todos os máximos locais ao longo do tempo, por meio do processo chamado de “peneiramento” ou *sifting*, através do qual uma função obtida por interpolação polinomial cúbica, obtendo-se o envelope superior de $X(t)$, $e_{sup}(t)$. Depois, repete-se o mesmo procedimento para com os pontos de mínimo locais, obtendo-se o envelope inferior de $X(t)$, $e_{inf}(t)$. Assim, os envelopes superior e inferior devem “envolver” todo o sinal $X(t)$. A média entre $e_{sup}(t)$ e $e_{inf}(t)$, Eq. (1), é designada como $m_1(t)$, enquanto a diferença entre $x(t)$ e $m_1(t)$ é um versão ainda preliminar da primeira IMF, Eq. (2) (SHI, LUO, 2003, HUANG; SHEN, 2005), conforme representadas abaixo:

$$m_1(t) = \frac{e_{sup}(t) + e_{inf}(t)}{2} \quad (1)$$

$$h_1(t) = X(t) - m_1(t) \quad (2)$$

É comum que $h_1(t)$ não seja classificada como uma IMF já que, para isto: (1) em todo o conjunto de dados, o número de extremos e o número de cruzamentos de zero devem ser iguais ou diferir no máximo por um; e (2) em qualquer ponto, o valor médio entre o envelope definido pelos máximos e o envelope definido pelos mínimos locais deve ser igual a zero. Assim, em geral, $h_1(t)$ é considerada, como dito, uma versão preliminar da primeira IMF e, no próximo passo, o processo de “peneiramento” é repetido partindo de $h_1(t)$. Após k repetições, $h_{1k}(t)$ se torna a primeira IMF, isto é, $c_1(t) = h_{1k}(t)$, onde:

$$h_{1k} = h_{1(k-1)}(t) - m_{1k}(t) \quad (3)$$

Há quatro critérios de parada propostos na literatura para as k vezes que o processo de peneiramento é repetido (HUANG *et al*, 1998), sendo que o mais utilizado é baseado no cálculo de um desvio padrão, SD_{1k} , como na Eq. (4) (HUANG; SHEN, 2005):

$$SD_{1k} = \frac{\sum_{t=0}^T |h_{1(k-1)}(t) - h_{1k}(t)|^2}{\sum_{t=0}^T h_{1(k-1)}^2} \quad (4)$$

onde T é o período de duração de $X(t)$. Sendo que o processo de peneiramento é interrompido quando SD_{1k} é menor do que um valor pré-determinado, e a primeira IMF $c_1(t) = h_{1k}(t)$.

Na próxima etapa, determina-se o chamado resíduo de $r(t)$, que é definido como:

$$r_1(t) = X(t) - c_1(t) \quad (5)$$

Partindo de $r_i(t)$ no lugar de $X(t)$, toda a etapa de peneiramento é repetida e, assim, é obtida a segunda IMF, e o mesmo ocorre para as demais até que o resíduo $r_n(t)$ seja considerado como desprezível (HUANG; SHEN, 2005). Assim, como resultado de todo esse processo:

$$X(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r_n(t) \quad (6)$$

Após a decomposição e obtenção das n IMF, a próxima etapa consiste em aplicar a transformada de Hilbert a cada uma. Dessa forma, uma distribuição tempo-frequência de $X(t)$ pode ser obtida extraíndo-se componentes instantâneos de frequência como resultado de cada IMF, $c_i(t)$. Para a i -ésima, define-se a transformada de Hilbert-Huang no espaço temporal contínuo como:

$$\hat{c}_i(t) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c_i(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (7)$$

Assim, define-se $z_i(t)$ como um sinal analítico representando como:

$$z_i(t) = c_i(t) + j\hat{c}_i(t) = a_i(t) \cdot e^{j\theta_i(t)} \quad (8)$$

onde $a_i(t) = \sqrt{c_i(t)^2 + \hat{c}_i(t)^2}$, $\theta_i = \tan^{-1}[\hat{c}_i(t)/c_i(t)]$ e $j = \sqrt{-1}$. Assim, a função do tempo chamada frequência instantânea é definida como (HUANG; SHEN, 2005):

$$\omega_i(t) = \frac{\partial \theta_i(t)}{\partial t} \quad (9)$$

Partindo-se da Eq. (4), aplicando-se a HHT às n componentes IMF, $c_i(t)$, obtém-se a Eq. (10). Neste caso, o resíduo não é incluído e, assim, as Eq. (7) a (9) permitem calcular cada $a_i(t)$ e $\omega_i(t)$ de cada i -ésima IMF.

$$X(t) = \text{Re} \left\{ \sum_{i=1}^n a_i(t) e^{j \int \omega_i(t) dt} \right\} \quad (10)$$

Dos termos da Eq. (10), o chamado espectro de Hilbert é definido como na Eq. (11) (HUANG et al, 1998), sendo que a frequência instantânea ω_i , em rad/s, pode ser também representada por $f_i = \omega_i/2.\pi$ em Hz.

$$H(\omega, t) = \sum_{i=1}^n H_i(\omega, t) \quad \text{com} \quad H_i(\omega, t) = \begin{cases} a_i(t) & \text{se } \omega = \omega_i(t) \\ 0 & \text{se } \omega \neq \omega_i(t) \end{cases} \quad (11)$$

O espectro de amplitude de Hilbert é representado, portanto, por um gráfico 3D de $H(\omega, t)$ versus ω e t , enquanto espectro de potência é $[H(\omega, t)]^2$ versus ω e t . A potência instantânea é:

$$IE(t) = \int_{\omega} [H(\omega, t)]^2 d\omega \quad (12)$$

Finalmente, destaca-se que o desenvolvimento e aplicação baseada na transformada de Hilbert-Huang, costuma-se utilizar de recursos computacionais e softwares de cálculo numérico e engenharia, como o MATLAB®.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O exemplo utilizado para a aplicação da transformada de Hilbert-Huang, consiste em um sinal produzido artificialmente utilizando um sinal variante no tempo com auxílio do software MATLAB®, conhecido como Morlet. Para o seu desenvolvimento foram utilizadas 4000 amostras, intervalos dos limites inferior e superior de -5 a 5, de maneira a apresentar uma variação na amplitude do sinal. Para a análise do espectro de Hilbert, foram necessários 2 segundos para desenvolvimento do gráfico. A Fig. 1 apresenta o sinal original e as IMF obtidas.

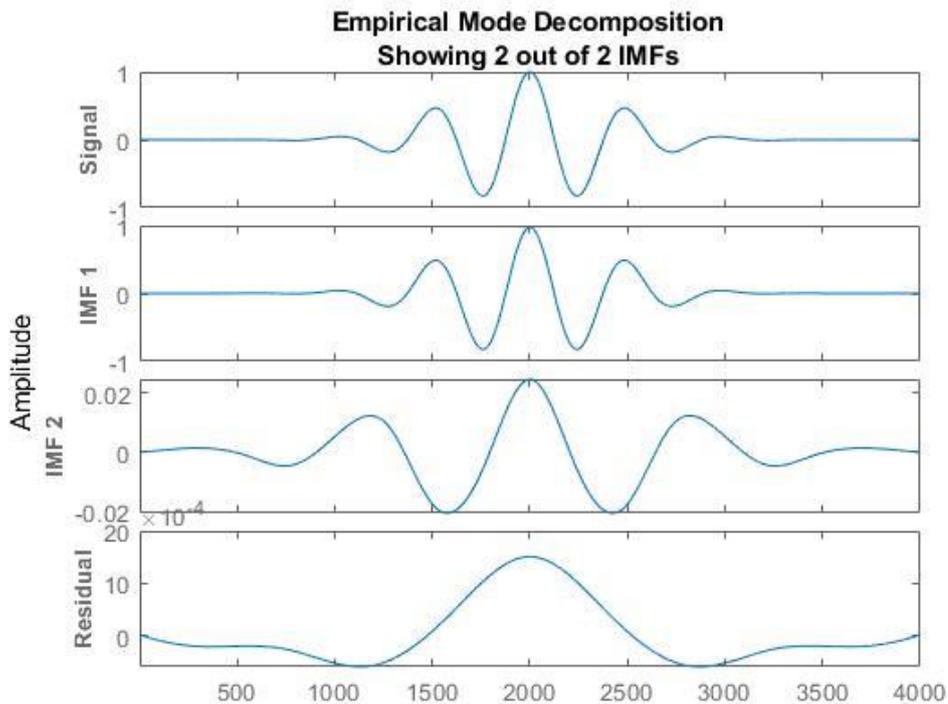


FIGURA 1. Sinal original e suas IMFs. Elaborado pelo autor.

É possível observar que o comportamento e amplitude apresentados na primeira função intrínseca é similar ao sinal original, visto que os componentes de maior amplitude da frequência estão contidos nesta análise. Este fenômeno é resultado do método de decomposição utilizado para a aquisição das informações necessária para a IMF. A amplitude das demais funções intrínsecas obtidas são naturalmente inferiores em comparação a primeira, pois, a informação utilizada na extração e decomposição do sinal, conforme a teoria, é resultado do resíduo obtido da IMF anterior. Ou seja, a análise realizada para a obtenção de novas funções utiliza um sinal de menor amplitude. O evento citado anteriormente pode ser observado conforme a figura abaixo, onde a amplitude do sinal da segunda IMF é inferior a primeira, e conseqüente as demais IMF possuem amplitude inferior em relação à função anterior. O processo de parada acontece, pois o resíduo do sinal possui valor inferior ao desvio padrão calculado e além de não satisfazer as condições de uma IMF.

A Fig. 2 apresenta o Espectro de Hilbert, resultante da aplicação da transformada em cada IMF obtida no processo de decomposição do sinal.

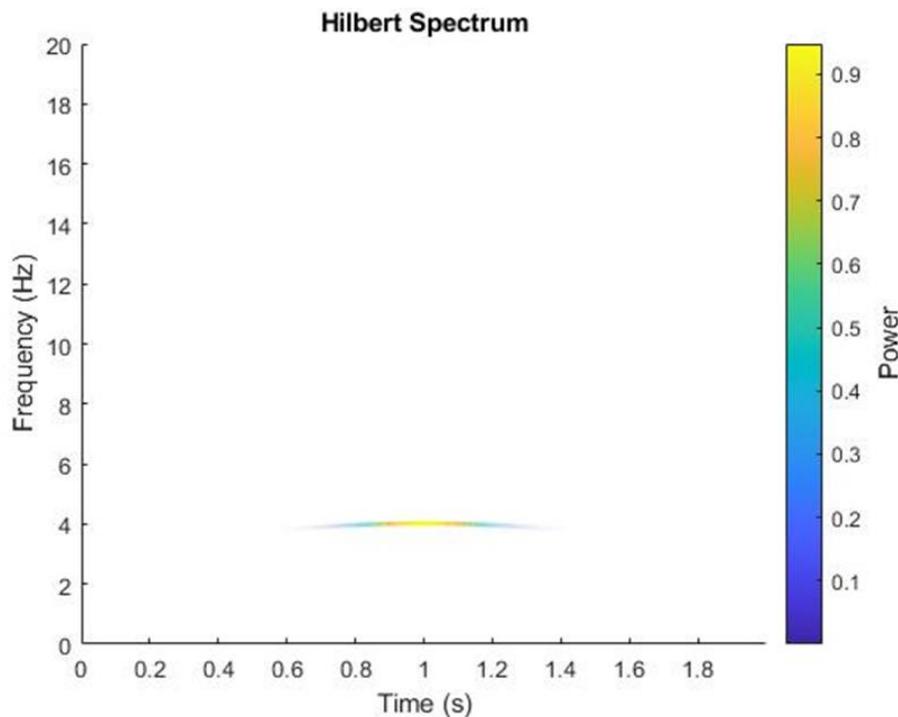


FIGURA 2. Espectro de Hilbert do sinal. Elaborado pelo autor.

Através da análise espectral, obtém-se a variação da amplitude da frequência em função do tempo, extraíndo os componentes de frequência instantânea de cada IMF. No intervalo de tempo entre 0,8 a 1,2 segundos, é possível observar que este período é o qual apresenta a maior amplitude do sinal analisado, conforme a tonalidade presente no intervalo gráfico observado, sendo este o período de maior potência.

CONCLUSÕES

O uso da transformada de Hilbert-Huang aplicada nos sistemas proporciona um maior detalhamento de suas informações. Isto ocorre em razão da decomposição do sinal e análise do espectro de Hilbert, este processo permite analisar a variação da potência e frequência instantânea do sinal em relação ao tempo, de maneira a exemplificar a mudança do comportamento de um sistema em comparação a sua energia, sendo este comportamento comum em sistemas não-lineares. O desenvolvimento desses estudos permite qualificar o uso da transformada em sistemas não-lineares.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao professor Emerson dos Reis, pelo apoio e conhecimento transmitido, ao IFSP pela oportunidade do desenvolvimento deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- HUANG, N. E. et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *The Royal Society*, p. 904-993, 1998.
- HUANG, N. E.; SHEN, S. S. P. Introduction to the Hilbert-Huang Transform and Its Applications. 5. ed. Singapura: World Scientific, 2005. p. 1-24, 2005.
- OPPENHEIM, A. V.; WILLISKY, A. S. *Sinais e Sistemas*. 2. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010. 560 p.
- SHI, C-x, LUO, Q-f. Hilbert-Huang transform and wavelet analysis of time history signal. *ACTA Sismologica Sinica*, v. 16, n 4 p. 442-429, 2003.
- YAN, R; GAO, R.X. O tour of the Hilbert-Huang transform: na empirical tool for signal analysis. *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*, v. 10, n. 5, p 40-45, 2007.