

Projeto de Controlador Baseado em LMIs para Rastreamento da Tensão de Saída de um Inversor Monofásico de Tensão

PAULO R. S. S. OLIVEIRA¹, CHRISTOPHER A. OLIVEIRA², ALEXANDRE A. CARNIATO³,
LEONARDO A. CARNIATO⁴

¹ Graduando em Bacharelado em Engenharia Elétrica, Bolsista FAPESP, IFSP, Câmpus Presidente Epitácio, p.ricardo@aluno.ifsp.edu.br.

² Graduando em Bacharelado em Engenharia Elétrica, Bolsista PIBIFSP, IFSP, Câmpus Presidente Epitácio, christopher.oliveira@aluno.ifsp.edu.br.

³ Professor Doutor em Engenharia Elétrica, Área Eletrotécnica, IFSP, Câmpus Presidente Epitácio, carniato@ifsp.edu.br.

⁴ Professor Doutor em Engenharia Elétrica, Área Eletrotécnica, IFSP, Câmpus Presidente Epitácio, leonardo@ifsp.edu.br. Área de conhecimento (Tabela CNPq): 3.04.05.03-3 Controle de Processos Eletrônicos, Retroalimentação.

RESUMO: O presente trabalho aborda o projeto de controladores objetivando-se rastrear um valor de tensão de saída em inversores PWM monofásicos com filtro capacitivo-indutivo (LC) e carga resistiva. A técnica de rastreamento consiste na comparação entre a tensão de saída do inversor e uma tensão de referência. Inicialmente, o resumo aborda uma conceitualização sobre inversores de tensão monofásicos, e a teoria de estabilidade de Lyapunov, um dos principais métodos de estudo da estabilidade de sistemas. Em seguida, trata-se da modelagem do inversor de tensão em espaço de estados, além de conceitos sobre o rastreamento de sinais, teoria aplicada para análise da tensão de saída do inversor, obtida por meio de simulação computacional. O projeto de controladores e de rastreamento do sinal de saída é descrito da forma de desigualdades matriciais lineares (LMIs). Os resultados apresentados foram obtidos com auxílio do *software* Matlab e seu ambiente gráfico de simulação, o Simulink.

PALAVRAS-CHAVE: inversor monofásico de tensão; rastreamento; controle; modelagem em espaço de estados; simulação.

LMIs-Based Controller Design for Output Voltage Tracking of a Single-Phase Voltage Inverter

ABSTRACT: The present work approaches the design of controllers aiming to track an output voltage value in single-phase PWM inverters with capacitive-inductive filter (LC) and resistive load. The tracking technique consists of comparing the inverter output voltage to a given reference voltage. Initially, the article discusses a conceptualization of single-phase inverters, and Lyapunov's stability theory, one of the main methods of study of system stability. Next, it is the modeling of the stress inverter in space of states, in addition to concepts about signal tracking, theory applied for analysis of the inverter output voltage, obtained through computational simulation. The design of controllers and output signal tracking is described in the form of linear matrix inequalities (LMIs). The results presented were obtained with the aid of Matlab software and its simulation environment, Simulink.

KEYWORDS: single-phase voltage inverter; tracking; control; state space modeling; simulation.

INTRODUÇÃO

Os inversores podem ser classificados em inversores de tensão e inversores de corrente, sendo o primeiro a ser tratado neste trabalho, com tensão senoidal de saída e estrutura em ponte completa, estrutura que exige menores esforços de tensão e corrente nos dispositivos semicondutores que atuam como chave durante o funcionamento do inversor que, neste caso, são quatro componentes (BARBI e MARTINS, 2001).

Os inversores de tensão são amplamente utilizados em aplicações práticas, tais como: geração distribuída, fontes ininterruptas de energias (*nobreaks*), sistemas de armazenamento, dentre outros (CHOEUNG; PARK; KOH; LEE, 2016), (ROCABERT; LUNA; BLAABJERG; RODRÍGUEZ, 2012). Nestes sistemas, geralmente, espera-se que o inversor seja capaz de rastrear (adequar a tensão de saída) a um nível adequado, neste caso, chamado de tensão de referência (KUKRER; KOMURCUGIL; DOGANALP, 2009).

A conversão de tensão contínua em alternada demanda operação em alta frequência dos semicondutores (interruptores), o que pode resultar na presença de harmônicos na tensão de saída. Em razão disto, torna-se necessária a presença de um filtro LC na saída do inversor para que o conteúdo harmônico seja filtrado e somente a parcela referente à frequência fundamental esteja disponível na saída. Deste modo, a Figura 1 apresenta um inversor monofásico de tensão com filtro LC e carga resistiva.

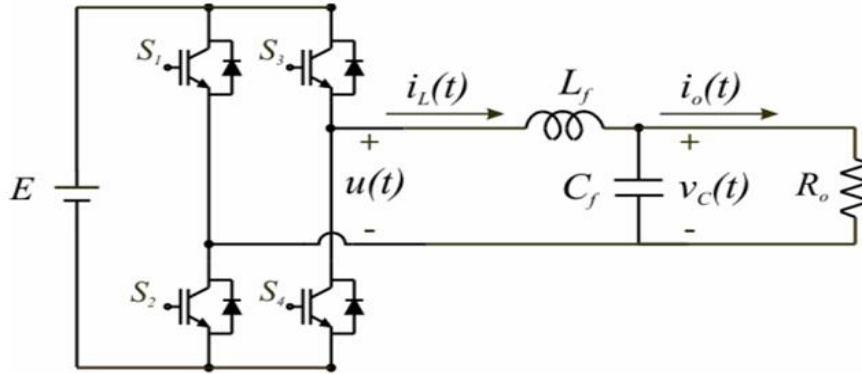


Figura 1. Inversor monofásico PWM com filtro LC e carga resistiva. Fonte: Adaptado de (RIBAS, 2011).

MATERIAL E MÉTODOS

• Estabilidade de Lyapunov

A estabilidade é um requisito fundamental em projetos de controle. A estabilidade segundo Lyapunov, que constitui um dos principais métodos de estudo de estabilidade de sistemas modelados em variáveis de estado, é baseada em um conceito semelhante ao da energia de um sistema. Deste modo, se a energia total de um sistema mecânico ou elétrico é continuamente dissipada, então o sistema converge para um ponto de equilíbrio (SLOTINE; LI, 1991).

A ideia principal é determinar uma função $V(x(t))$ do estado x que atenda os seguintes requisitos.

- $V(x) > 0$, i.e, positiva definida;
- $\dot{V}(x) < 0$, i.e, negativa definida;
- $V(x) \rightarrow \infty$, quando $\|x\| \rightarrow \infty$.

Neste caso, a função $V(x)$ é chamada de função candidata de Lyapunov e sua existência permite obter, quando possível, resultados de estabilidade.

• Modelagem de Sistemas em Espaço de Variáveis de Estado

A modelagem de sistemas pode ser feita de três maneiras, sendo elas tempo, frequência e estado. Esta última é a tratada neste projeto, em que, o estado seria o menor conjunto de variáveis capazes de descrever um sistema, o espaço de estados seria um espaço com n -dimensões em que seus eixos são variáveis de estado, em que qualquer estado pode ser representado por um ponto no espaço de estados.

O equacionamento nesta modelagem consiste em reescrever outras variáveis (entrada, saída e estado) em função das variáveis de estado, conforme apresentado em (1) e (2).

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t). \quad (1)$$

$$y = Cx(t) + Du(t). \quad (2)$$

Desta forma, realiza-se a modelagem em espaço de estados do inversor apresentado na Figura 1. Adotando a tensão no capacitor ($v_c(t)$) e a corrente no indutor ($i_L(t)$) como variáveis de estado e aplicando as Leis de Kirchhoff das Malhas e dos Nós (NILSSON e RIEDEL, 2009), respectivamente, tem-se a representação matricial do inversor, conforme (3) e (4).

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_c(t) \\ \dot{i}_L(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_o C_f} & \frac{1}{C_f} \\ -1/L_f & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L_f \end{bmatrix} u(t). \quad (3)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

As simulações foram realizadas considerando os valores de indutância, capacitância e resistência de carga apresentados na Tabela 1.

TABELA 1. Parâmetros da planta.

L_f	C_f	R_o
886 μ H	20 μ F	28 Ω

A análise de estabilidade, e os projetos de controladores e de rastreamento, envolvem formulações baseadas em LMIs, do inglês, *Linear Matrix Inequality*, ou seja, desigualdade matricial linear. De acordo com Boyd *et al.* (1994), as LMIs são ferramentas matemáticas cujo surgimento provavelmente ocorreu a partir de trabalhos desenvolvidos por Lyapunov, há mais de 100 anos atrás. A resolução de LMIs é dada por meio do *software* Matlab utilizando a interface *Yalmip* (LOFBERG, 2004) e o *solver* *Sedumi* (sendo este adotado para o presente trabalho, mas ressalta-se a existência de diversos outros).

A formulação de LMIs deste projeto, visando a estabilidade do sistema, conta com a inserção da taxa de decaimento, um critério de desempenho que atua na diminuição do transitório do sistema (BOYD *et al.*, 1994) e é representada por “ γ ”. Neste sentido, a Equação 5 apresenta a LMI cuja resolução é obtida utilizando o *solver* supracitado.

$$XA^T + M^T B^T + AX + BM + 2\gamma X \leq 0. \quad (5)$$

O desenvolvimento para obtenção de (5) não é apresentado neste trabalho, no entanto pode ser verificado em (CARNIATO, 2009). Destaca-se que a formulação se baseia na modelagem em espaço de estados, na Teoria de Lyapunov e na realimentação das variáveis de estado. O controlador (K) é encontrado da seguinte forma:

$$K = M \cdot X^{-1}. \quad (6)$$

• Modulação SPWM

O princípio de funcionamento do inversor de tensão tem grande relação com a estratégia de modulação. Esta, por sua vez, é o processo que altera o estado dos componentes eletrônicos do inversor (IGBT's, MOSFET's, entre outros). Dentre as diversas estratégias de modulação vigentes, destaca-se a modulação por largura de pulso senoidal (SPWM). Sua aplicação consiste na comparação de dois sinais de tensão, uma senoide de referência (modulante) e uma onda triangular (portadora). A frequência do sinal senoidal é igual à frequência fundamental da tensão de saída do inversor e a frequência da onda triangular determina a frequência de chaveamento do inversor, geralmente constante (MOHAN; UNDELAND ROBBINS, 1989). Portadora e modulante são comparadas e um sinal de frequência fixa e largura de pulso variável (dependente do índice de modulação) é obtido. Esse sinal PWM é tomado como o sinal de acionamento das chaves que compõem determinado inversor. Desse modo, a tensão de saída deste inversor também se apresenta em pulsos de largura variável e em frequência fixa. A Figura 2 apresenta um exemplo genérico da técnica SPWM.

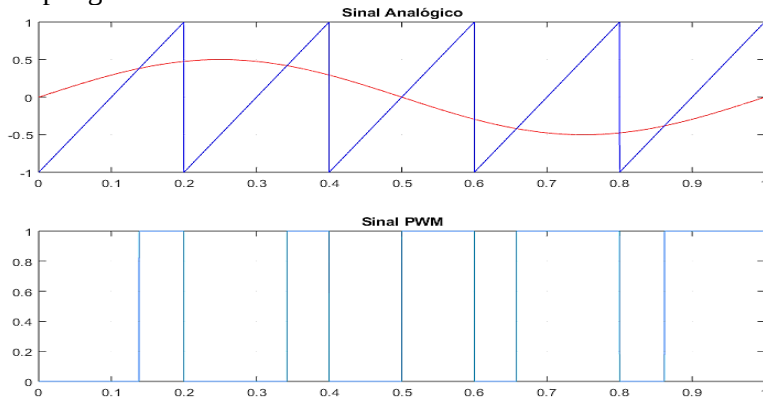


Figura 2. Técnica SPWM.

- **Rastreamento de Sinais**

A técnica de rastreamento de sinais envolve a comparação de um sinal de saída com outro tido como referência. Deseja-se que a diferença entre eles, ou seja, o erro, seja cada vez menor, se aproximando de zero enquanto for possível. A inserção do rastreamento na planta ocasiona no aumento da ordem do sistema em espaço de estados, onde o erro passa a ser a variável de estado adicional do modelo apresentado em (3) e (4) (KUKRER; KOMURCUGIL; DOGANALP, 2009) (ANGELICO; SCALASSARA; VARGAS, 2015). A única alteração se restringe justamente ao aumento da ordem do sistema, sem alterar as condições estudadas anteriormente. Desta forma, o algoritmo desenvolvido em ambiente Matlab para solucionar a equação (6), ainda é capaz de fazê-lo.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

As simulações realizadas para o desenvolvimento deste trabalho foram realizadas por meio do software Matlab, utilizando um computador PC Intel Core i7 2,7 GHz com 8 GB RAM. Neste sentido, um modelo do inversor apresentado na Figura 1, com modulação SPWM, foi elaborado utilizando o ambiente Simulink (Matlab), conforme Figura 3.

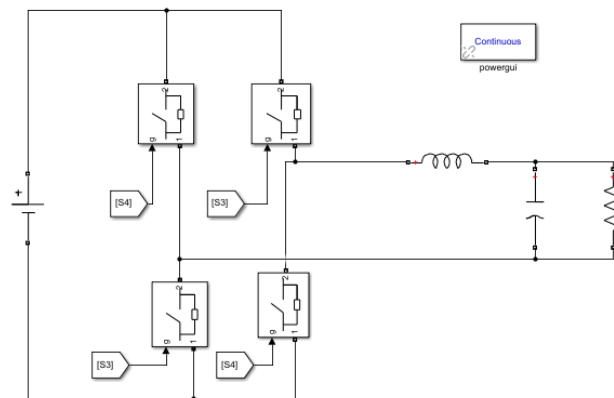


Figura 3. Simulação do Inversor.

A Figura 4 apresenta a tensão de saída obtida com a simulação apresentada na Figura 3. Vê-se a correta aplicação da modulação SPWM, visto que obtém-se uma tensão senoidal.

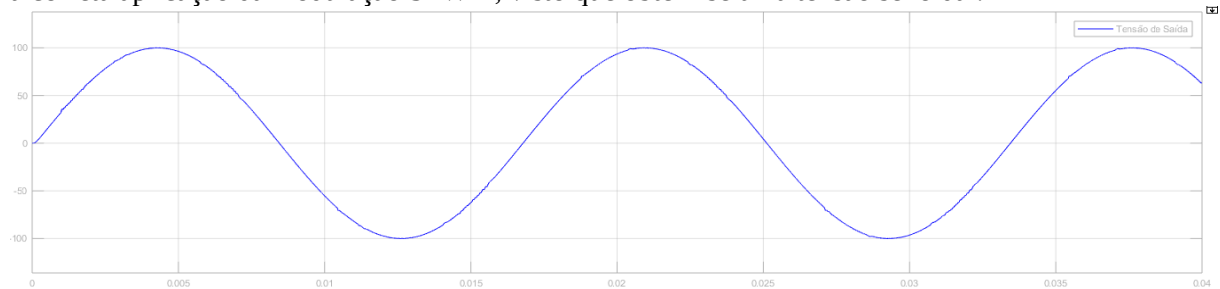


Figura 4. Rastreamento da tensão de saída.

Vale ressaltar que a frequência da tensão de saída é a mesma que a da senoide de referência, ou seja, 60 Hz, conforme esperado e em consonância com a modulação SPWM.

Ademais, a Figura 5 apresenta o rastreamento da tensão de saída do inversor. Percebe-se que o resultado obtido é igual ao da Figura 4, demonstrando a correta atuação da técnica supracitada.

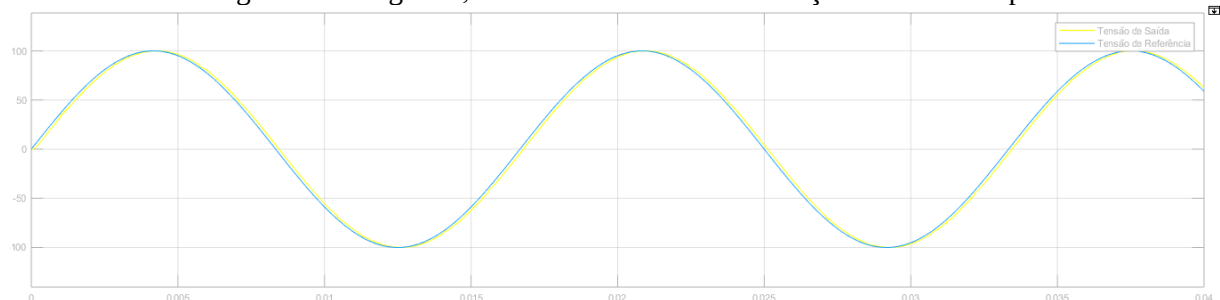


Figura 5. Rastreamento da tensão de saída.

CONCLUSÕES

Desenvolveu-se neste trabalho uma metodologia para a resolução dos problemas de estabilidade rastreamento de sinais de referência em um inversor monofásico de tensão, utilizando o controle por realimentação de estados. Os métodos de projetos são equacionados na forma de LMIs, com isso, pode-se facilmente resolver os problemas utilizando algoritmos presentes na literatura de convergência polinomial. Os resultados obtidos foram satisfatórios, onde o controlador foi capaz de garantir a estabilidade do sistema, a modulação SPWM implementada possibilitou uma tensão de saída senoidal, bem como o êxito da técnica de rastreamento da tensão de saída. Não obstante, destaca-se a importância da correta modelagem em espaço de estados e equacionamento considerando a Teoria de Lyapunov, para o desenvolvimento de todo o projeto.

Para trabalhos futuros, pretende-se a inserção de controladores chaveados no sistema, bem como técnicas de rejeição de distúrbios externos, por meio da minimização da norma H_∞ .

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao IFSP – Campus Presidente Epitácio, ao Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica e Tecnológica do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia de São Paulo (PIBIFSP) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) (Processo 2020/05136-1), pelo apoio e suporte fornecidos para a realização deste trabalho.

REFERÊNCIAS

ANGELICO, B. A.; SCALASSARA, P.R.; VARGAS A.N.; Controle por Rastreamento em Espaço de Estados. 2015. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, campus Cornélio Procopio (UTFPR-CP). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. Princípios de Controle. Notas de Aula. Cornélio Procopio/PR, 2015.

BARBI, I.; MARTINS, D. C.; 2001. Teoria Fundamental da Eletrônica de Potência. Florianópolis; Edição dos Autores.

BOYD, S. P.; GHAOUI, L. E.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. Linear matrix inequalities in system and control theory. Philadelphia: SIAM, 1994. 205 p.

CARNIATO, A. A. Modelagem exata do Conversor CC-CC Boost via Modelos Fuzzy Takagi-Sugeno. 2009. 82 f. Dissertação de Mestrado. Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2009. Disponível em: <https://repositorio.ufms.br:8443/jspui/handle/123456789/618>.

CHOEUNG, Chivon; PARK, Seong Hwan; KOH, Byung Kwon; LEE, Young Il. Robust Tracking Control of a Three-Phase DC-AC Inverter for UPS Application under Unbalanced Load Conditions. Ifac-papersonline, [s.l.], v. 49, n. 27, p.278-283, 2016. Elsevier BV. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ifacol.2016.10.704>.

KUKRER, O.; KOMURCUGIL, H.; DOGANALP, A. A Three-Level Hysteresis Function Approach to the Sliding-Mode Control of Single-Phase UPS Inverters. Ieee Transactions On Industrial Electronics, [s.l.], v. 56, n. 9, p.3477-3486, set. 2009. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tie.2009.2016512>.

MOHAN, N.; ROBBINS, W. P.; UNDELAND, T. M. Solutions Manual: Power Electronics: Converters, Applications, and Design. Wiley, 1989.

NILSSON, J. W.; RIEDEL, S. A. Circuitos Elétricos. 8. ed. São Paulo: Pearson, 2009.

RIBAS, S. P. Um controle ótimo aplicado a fontes ininterruptas de energia: projeto, validação experimental e análise de desempenho. 2011. 125 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2011.

ROCABERT, J.; LUNA, A.; BLAABJERG, F.; RODRÍGUEZ, P. Control of Power Converters in AC Microgrids. Ieee Transactions On Power Electronics, [s.l.], v. 27, n. 11, p.4734-4749, nov. 2012. Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). <http://dx.doi.org/10.1109/tpel.2012.2199334>.

SLOTINE, J. J.; LI, W. P. *Applied nonlinear control*. New Jersey: Prentice-Hall, 1991.