

A MATEMÁTICA MESOPOTÂMICA E O ESTUDO DE SEU SISTEMA DE NUMERAÇÃO

AMANDA NUNES¹, RACHEL MARIOTTO²

¹. Cursando Técnico em Administração Integrado ao Ensino Médio, IFSP, Câmpus Birigui, amandanunes.ifsp@gmail.com

² Docente do Instituto Federal de São Paulo, Campus Birigui, rmariotto@ifsp.edu.br.

Área de conhecimento (Tabela CNPq): 1.01.00.00-8 Matemática

Apresentado no

10º Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP ou no 4º Congresso de Pós-Graduação do IFSP

27 e 28 de novembro de 2019 - Sorocaba-SP, Brasil

RESUMO: A Matemática mesopotâmica se destaca pela originalidade de seu sistema de numeração construído na base 60. Os povos dessa civilização faziam o registro desse sistema, e de toda a matemática produzida, através da escrita cuneiforme em placas de argila. Assim, essa pesquisa teve por objetivo um estudo sistemático dos conceitos relacionados a essa temática, visando compreender o funcionamento e a escrita da base 60, como eram resolvidas as frações e como seria a tradução destes números para o nosso sistema numérico. Também buscou-se pesquisar as ambiguidades e dificuldades do sistema mesopotâmico, assim como as diferenças e igualdades perante outros sistemas de numeração. Espera-se com esse trabalho contribuir para o entendimento dos sistemas de numeração e, de um modo geral, com as pesquisas em História da Matemática.

PALAVRAS-CHAVE: História da Matemática; Numeração Babilônica; Escrita Cuneiforme.

MESOPOTAMIAN MATHEMATICS AND THE STUDY OF ITS NUMBERING SYSTEM

ABSTRACT: Mesopotamian mathematics stands out for the originality of its numbering system built on base 60. The people of this civilization recorded this system, and all the mathematical materials produced, by cuneiform writing on clay plates. Thus, this research aimed at a systematic study of the concepts related to Mesopotamian mathematics and its numbering system, aiming to learn how the base 60 and its writing worked, how the fractions were solved and how these numbers would be translated into our system numeric. The research also aims to investigate the ambiguities and difficulties of the Mesopotamian system, as well as the differences and similarities with other numbering systems. This work is expected to contribute to the understanding of numbering systems and, in general, to research related to the History of Mathematics.

KEYWORDS: History of mathematics; Babylonian Numbering; Cuneiform Writing.

INTRODUÇÃO

Na antiguidade, muitas eram as civilizações, como as dos Babilônios, egípcios, gregos, chineses e hindus sendo cada uma delas responsável por criar seu próprio sistema de numeração. Provavelmente, os primeiros registros feitos pelo homem devem ter partido de traços ou incisões, que certamente foram descartadas devido a suas limitações. Um grande avanço na escrita numérica foi à descoberta do conceito de número, que passou a ser algo abstrato e não necessariamente ligado a uma coisa física, e uma vez

que isso ocorreu os povos puderam estudar as aplicações e propriedades dos números. (ROQUE, 2012; BOYER, 2012; EVES, 2004).

Tendo em vista a importância do desenvolvimento dos sistemas de numeração para o avanço de cada civilização, essa pesquisa teve por objetivo estudar a matemática mesopotâmica, evidenciando como essa civilização contribuiu para o progresso dos sistemas de numeração. Também buscou-se compreender as diferenças entre sistemas de numeração posicionais e não posicionais, assim como os que possuem ou não um símbolo para representar o vazio, que hoje é o zero. Além disso, uma vez que a Matemática é uma matéria de grande dificuldade por parte de alguns alunos, procurou-se nos estudos atrelados a sua história, a compreensão de que a Matemática é uma construção humana e de acesso a todos, desmistificando o conceito de uma ciência “divina” e para poucos.

Tiveram-se ainda, como objetivos específicos desta pesquisa, investigar a utilização dos símbolos numéricos da escrita cuneiforme utilizados pelos mesopotâmicos e estudar o sistema de numeração mesopotâmico, compreendendo assim, a utilização do sistema na base 60.

Para a segunda etapa do projeto ao qual esta pesquisa está vinculada, serão confeccionados em argila modelos dos tabletes utilizados na escrita cuneiforme como material didático.

MATERIAL E MÉTODOS

Para essa pesquisa, primeiramente, foi realizada uma revisão de literatura para encontrar livros e artigos científicos relacionados ao tema. Após essa etapa, procedeu-se com um estudo sistemático dos conteúdos procurando compreender tanto a parte histórica quanto a matemática envolvida. A partir disso, foram construídos exemplos de números variados para a compreensão da numeração mesopotâmica.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A palavra Mesopotâmia vem do grego e significa “entre rios”. Tal significado se dá, pois estava localizada em uma região do Oriente Médio situada entre dois importantes rios, Tigre e Eufrates. Por essa região passaram vários povos. Os sumérios foram os primeiros, e a eles foi atribuída a criação da escrita cuneiforme, aproximadamente em 5000 a.C. Nesta mesma época, havia também os Acadianos. Esses dois povos mantiveram a liderança da região até o segundo milênio antes de Cristo. Posteriormente a região foi dominada pelos povos Semitas, responsáveis pela criação do Primeiro Império Babilônico. Por volta de 2000 a.C, surgem os Amoritas, que transformaram a Babilônia em um grande centro urbano e comercial da Mesopotâmia. Em seguida, em 1200 a.C, revelam-se os Assírios. Por fim, por volta de 612 a.C, os Caldeus, que fundam o segundo Império Babilônico. (BOYER, 2012).

Como mencionado, cada civilização desenvolveu um tipo específico de sistema para os números que usava. No caso dos povos que habitaram a região mesopotâmica, foi desenvolvido um sistema conhecido hoje como numeração mesopotâmica, ou ainda numeração babilônica. Os estudos revelaram que, para esses povos, os primeiros numerais não eram símbolos criados para representar números abstratos e sim sinais para identificar medidas de grãos. Posteriormente as marcas que representavam as quantidades passaram a ser acompanhadas de ideogramas, que faziam referência aos objetos que estavam sendo contados. As marcas em forma de cunha, que eram a base da medida suméria, representavam os grãos.

As primeiras representações numéricas, segundo Roque(2012), eram baseadas no sistema “protocuneiforme”, que antecede a escrita cuneiforme, desenvolvida ao decorrer do terceiro milênio. Vale ressaltar que os sistemas de numeração dependiam do contexto e que os símbolos não eram números absolutos, contudo representavam relações numéricas diferentes umas das outras. Presume-se que o sistema de contagem que agrupava animais e outros objetos discretos em grupos de 10, 60, 600, 3600 ou 36000 foi o primeiro a ser traduzido para a representação cuneiforme.

A Figura 1 mostra um exemplo de tablete de argila com numeração mesopotâmica.



FIGURA 1. Tablete mesopotâmico.¹

O sistema sexagesimal posicional usado no período Babilônico, provavelmente tenha surgido da padronização desse sistema numérico, antes do final do terceiro milênio a.C. Ainda que a representação numérica continuasse a ser dependente do contexto e a usar diferentes bases ao mesmo tempo, aos poucos começam a ser registrados em diferentes sistemas de medida. Nesses procedimentos de conversão, realizados em um âmbito administrativo e não matemático, foi introduzido o sistema sexagesimal posicional. (ROQUE, 2012).

O sistema numérico mesopotâmico era posicional diferente do egípcio, por exemplo. A importância disso é que o mesmo símbolo servia para representar diferentes números, dependendo, contudo, de sua posição. Nos números mesopotâmicos isso acontece com todas as potências de base 60, logo, 60^0 , 60^1 , 60^2 , 60^3 , e assim sucessivamente, representados pelo símbolo Υ (a cunha virada para cima). Assim, tem-se que os números 1, 60 ou 3600 tinham a mesma representação. O mesmo acontecia para 2, 120 ou 7200, ou outros valores, como se pode observar no Quadro 1.

QUADRO 1. Uso do símbolo Υ

$\Upsilon = 1$	$\Upsilon = 60$	$\Upsilon = 3.600$
$\Upsilon\Upsilon = 2$	$\Upsilon\Upsilon = 120$	$\Upsilon\Upsilon = 7.200$
$\Upsilon\Upsilon\Upsilon = 3$	$\Upsilon\Upsilon\Upsilon = 180$	$\Upsilon\Upsilon\Upsilon = 10.800$

Além do símbolo Υ , havia mais um símbolo usado na numeração mesopotâmica: \Leftarrow (a cunha virada para o lado). Ele representava o agrupamento de dez símbolos Υ , sendo, então, nove a sua quantidade máxima naquele agrupamento. Já o símbolo \Leftarrow poderia ser agrupado no máximo em cinco unidades. O Quadro 2 traz alguns exemplos desses agrupamentos. Observe que \Leftarrow representa a dezena e Υ representa a unidade.

QUADRO 2. Exemplos de números no sistema mesopotâmico.

$\begin{array}{c} \Upsilon\Upsilon\Upsilon \\ \Upsilon\Upsilon\Upsilon \\ \Upsilon\Upsilon\Upsilon \end{array} = 9$ $(\Upsilon = 1)$	$\Leftarrow\Leftarrow\Leftarrow\Upsilon = 32$ $(\Leftarrow = 10 \text{ e } \Upsilon = 1)$	$\Upsilon\Upsilon = 61$ $(\Upsilon = 60 \text{ e } \Upsilon = 1)$	$\begin{array}{c} \Upsilon\Upsilon \Leftarrow\Leftarrow\Upsilon\Upsilon \\ \Upsilon\Upsilon \end{array} = 155$ $(\Upsilon = 60, \Leftarrow = 10 \text{ e } \Upsilon = 1)$
$\Leftarrow = 10$ $(\Leftarrow = 10)$	$\begin{array}{c} \Leftarrow\Leftarrow\Leftarrow\Upsilon \\ \Leftarrow\Leftarrow \end{array} = 51$ $(\Leftarrow = 10 \text{ e } \Upsilon = 1)$	$\begin{array}{c} \Upsilon \Leftarrow\Leftarrow\Upsilon\Upsilon \\ \Upsilon \end{array} = 84$ $(\Upsilon = 60, \Leftarrow = 10 \text{ e } \Upsilon = 1)$	$\begin{array}{c} \Upsilon\Upsilon\Upsilon \\ \Upsilon\Upsilon\Upsilon \Leftarrow\Leftarrow\Upsilon\Upsilon \\ \Upsilon\Upsilon \end{array} = 503$ $(\Upsilon = 60, \Leftarrow = 10 \text{ e } \Upsilon = 1)$

¹Disponível em: <<https://crecientefertil.files.wordpress.com/2013/03/tabllilaneosumeria.gif>>. Acesso em 30 ago. 2019.

$\langle \nabla = 11$ $(\nabla = 1 \text{ e } \langle = 10)$	$\langle \langle \langle \nabla \nabla \nabla$ $\langle \langle \nabla \nabla = 59$ $\nabla \nabla$ $(\nabla = 1 \text{ e } \langle = 10)$	$\nabla \langle \langle \langle$ $\langle = 100$ $(\nabla = 60 \text{ e } \langle = 10)$	$\langle \langle \nabla \nabla \nabla \langle \langle \langle \nabla \nabla \nabla$ $\langle \nabla \nabla$ $= 1426$ $(\langle = 600, \nabla = 60, \langle = 10 \text{ e } \nabla = 1)$
---	---	--	--

Observe que os símbolos \langle são colocados sempre a esquerda dos ∇ para representar números maiores, ou seja, os símbolos adquirem valores maiores da direita para a esquerda.

Por causa dessa organização, a numeração mesopotâmica também é considerada um sistema numérico de base 60 unido a base 10. Assim, todos os números podiam ser escritos com apenas dois símbolos.

Hoje esse sistema já é traduzido com algarismos indo-arábicos, e seguem uma notação atual. Veja alguns exemplos de como os mesopotâmicos escreviam e como seria sua tradução para a nossa escrita (Quadro 3).

QUADRO 3. Exemplos da numeração mesopotâmica e a transcrição atual.

Escrita Cuneiforme	Representação na base 60	Notação atual	Valor decimal
$\langle \nabla \langle \nabla$	$11 \times 60^1 + 21 \times 60^0$	11; 21	681
$\langle \nabla \nabla \nabla \nabla \nabla \langle \nabla$	$15 \times 60^1 + 23 \times 60^0$	15; 23	923
$\langle \nabla \nabla \nabla$	12×60^1	12; 0	720
$\langle \langle \langle \langle \langle \langle$	$20 \times 60^1 + 40 \times 60^0$	20; 40	1240

Note que a tradução feita em nosso sistema separa os algarismos com ponto e vírgula (;). Alguns autores usam apenas a vírgula, mas se mantém o mesmo princípio, os números possuem maior valor quando estão à esquerda, por exemplo, no primeiro item do quadro 3 temos a notação atual: 11; 21. Sabemos, portanto, que 11 está multiplicando uma potência de base 60 maior do que aquela multiplicada pelo número 21. Neste caso, 11 multiplica 60^1 e 21 multiplica 60^0 . Percebendo-se então o comportamento crescente que ocorre à esquerda, assim, se a notação fosse 18; 11; 21, por exemplo, teríamos 18 multiplicando 60^2 , 11 multiplicando 60^1 e 21 o 60^0 , resultando no número 65.481.

A civilização mesopotâmica utilizava os mesmos símbolos para a escrita de frações, o que também poderia gerar ambiguidade. De acordo com Aaboe (2013) e Almeida (2011), a escrita das frações seguia a mesma lógica dos números inteiros, porém com a posição invertida. A leitura dos agrupamentos dos símbolos é feita da esquerda para a direita. Observe os exemplos do Quadro 4.

QUADRO 4. Uso do símbolo ∇ para representar frações

$\nabla = 1 \times 60^0$	$\nabla \nabla = 2 \times 60^0$	$\nabla \nabla \nabla = 3 \times 60^0$
$\nabla = 1 \times 60^{-1} = \frac{1}{60}$	$\nabla \nabla = 2 \times 60^{-1} = \frac{2}{60}$	$\nabla \nabla \nabla = 3 \times 60^{-1} = \frac{3}{60}$
$\nabla = 1 \times 60^{-2} = \frac{1}{3.600}$	$\nabla \nabla = 2 \times 60^{-2} = \frac{2}{3.600}$	$\nabla \nabla \nabla = 3 \times 60^{-2} = \frac{3}{3.600}$

Assim, um mesmo número poderia ter diversas interpretações, dependendo de como se fazia a sua leitura. Veja o exemplo abaixo (Quadro 5):

QUADRO 5. Três interpretações possíveis para mesmo número mesopotâmico.

𐎶𐎵𐎶𐎵𐎶		
1ª Interpretação	2ª Interpretação	3ª Interpretação
$12 \times 60 + 31 \times 60^0$	$12 \times 60^0 + 31 \times 60^{-1}$	$12 \times 60^{-1} + 31 \times 60^{-2}$
= 751	= 12,5166666...	= 0,20861111...

A primeira interpretação gera um resultado inteiro, possivelmente o mais usado na época, os outros dois resultam em frações traduzidas em números decimais, no entanto infinitas outras interpretações são possíveis.

Além do sistema de numeração, na civilização mesopotâmica também houve desenvolvimento matemático da geometria e da álgebra.

CONCLUSÕES

Após a realização da presente pesquisa notou-se que a utilização do sistema de numeração de base 60 utilizada pelos Mesopotâmicos era um sistema aditivo e posicional, diferente de outros sistemas antigos, o que significou grande progresso na história dos números. Notou-se também a ausência dos símbolos para as representações do zero e da vírgula, que para a época e para o entendimento atual causa grande dificuldade.

O presente estudo mostrou que o método posicional foi um grande progresso, visto que com apenas dois símbolos eles conseguiam representar todos os números apenas trocando tais símbolos de posição, no entanto os Babilônios parecem, a princípio, não ter tido um modo claro de indicar uma posição “vazia”, ou seja, não possuíam um símbolo para o número zero, por mais que deixassem um espaço vazio para indicar tal número levando a crer que, possivelmente, a escrita dos números 11 e 61 eram muito parecidas. Sendo usado, na maioria das vezes, o contexto para eliminar a ambiguidade, mas a falta de um símbolo zero, como o que nos permite distinguir imediatamente entre 15 e 105, provavelmente foi muito inconveniente e prejudicial para a época. Havia também a ausência da vírgula, onde se tornava quase impossível distinguir 20×60 e $20 \div 60$, usando-se também, o contexto para se distinguir as situações.

No que se refere a continuação deste trabalho, a próxima etapa será a produção de tabletes, que serão confeccionados manualmente em peças de argila que, depois de marcadas, serão secas ao sol. As marcações serão feitas com uma cunha, instrumento no formato de um prisma triangular, no qual as pontas (bases do prisma) são pressionadas na argila. Essa etapa terá como objetivo construir um material que poderá ser aplicado na Educação Básica por meio de oficinas e/ou minicursos, em feiras de ciência, e até mesmo em sala de aula quando houver a abordagem do tema numeração. Esse material também poderá ser utilizado como suporte para a Licenciatura em Matemática, na disciplina História da Matemática. Cabe ressaltar, que será oferecida uma oficina sobre o tema na Semana Nacional de Ciência e Tecnologia 2019, organizada pelo Instituto Federal campus Birigui.

REFERÊNCIAS

- AABOE, Asger. **Episódios da História Antiga da Matemática**. 2. ed. [S.l.]: MMA, SBM, 2013.
- ALMEIDA, F. M. M. B. D. **Sistemas de Numeração: precursores do sistema Indo- árabe**. 1. ed. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2011. p. 09-161
- BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. **História da matemática**. Trad. Helena Castro. 3 ed. São Paulo: Blucher, 2012. 504 p.
- EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Campinas: UNICAMP, 2004. 843 p.
- ROQUE, Tatiana. **História da matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. 1 ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2012. 511 p.