UM ESTUDO SOBRE O CONCEITO DE SIMETRIA E SUAS APLICAÇÕES NA MATEMÁTICA

GABRIELA CAMPIOTO ZAMBONI[1], RACHEL MARIOTTO[2]

[1]. Cursando Técnico em Informática Integrado ao Ensino Médio, IFSP, Câmpus Birigui, gabriela.z@aluno.ifsp.edu.br.
[2] Docente do Instituto Federal de São Paulo, Campus Birigui, rmariotto@ifsp.edu.br.

Área de conhecimento (Tabela CNPq): 1.01.00.00-8 Matemática

Apresentado no
10° Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP ou no 4º Congresso de Pós-Graduação do IFSP
27 e 28 de novembro de 2019- Sorocaba-SP, Brasil

RESUMO: As simetrias estão fortemente presentes em nosso cotidiano, seja na natureza ou em obras de arte e arquitetura. Procurando entender um pouco mais das relações entre os tipos de simetria presentes em algumas edificações e o conceito matemático existente ali, essa pesquisa realizou um estudo a respeito da definição e classificação das simetrias aplicadas na própria matemática, ou em outros contextos. Trata-se de uma pesquisa em andamento, a qual ainda abordará algumas aplicações em obras arquitetônicas. Para a sistematização final da pesquisa e apresentação dos modelos utilizados será construído um portfólio com a análise dos tipos de simetria encontrados.

PALAVRAS-CHAVE: Rotação; Reflexão; Figuras simétricas.

A STUDY ABOUT THE CONCEPT OF SYMMETRY AND ITS APPLICATION ON MATHEMATICS

ABSTRACT: Symmetries are present in our lives on a daily basis, whether in nature, works of art or architecture. Aiming to better comprehend the relations among the types of symmetry found in some buildings and the mathematical concept that exists in them, this undergraduate research performed a study about the definition and classification of symmetries applied on mathematics itself, or other contexts. It's a ongoing research that is yet to go through applications on works of architecture. For final and systematic purposes of this research and showing the utilised models, a portfolio will be created.

KEYWORDS: Rotation; Reflection; Symmetrical figures.

INTRODUÇÃO

Ao cortar uma fruta ao meio, alguns podem ficar fascinados com as semelhanças existentes entre as partes. Para outros, esse encantamento pode aparecer ao olhar para as asas de uma borboleta e perceber os padrões ali presentes. Existem ainda aqueles que se encantam com os padrões de algumas construções arquitetônicas. Em muitos desses casos, o deslumbre ocorre quando há padrões de simetria.

Presentes em nosso cotidiano, seja pelas formas da natureza, ou pelas construções humanas, as simetrias trazem ao mesmo tempo encanto e mistério. A ideia de simetria tem sido utilizada desde longo tempo, a começar com os gregos que a utilizavam como representação de beleza e para estabelecer ordem e harmonia em suas construções. Além disso, muitas vezes, o conceito de simetria está implícito em outras áreas da matemática, como visto em Stewart (2012).

Assim, além de estar presente na natureza, ou nas artes e arquitetura, o conceito de simetria também é estudado dentro do corpo de conhecimentos matemáticos, podendo estar relacionado a objetos algébricos ou figuras geométricas. Todos os tipos de simetria podem ser aplicados a obras de arte ou arquitetônicas.

Seja na natureza, arquitetura ou matemática, o uso das simetrias encantam e requerem estudos que as compreendam em seus ambientes específicos. Neste sentido, nesta pesquisa, busca-se estudar o tratamento matemático para as simetrias de figuras geométricas, observando seu surgimento no caso de alguns monumentos arquitetônicos, abrindo caminho para novas pesquisas sobre essa temática em outros ambientes.

MATERIAL E MÉTODOS

Propôs-se para essa pesquisa um estudo sistemático com pesquisa exploratória em livros e artigos científicos relacionados ao tema, realizando uma revisão de bibliografia. Foram utilizados também livros didáticos para formalização dos conceitos envolvidos.

Como este artigo faz parte de um projeto que ainda visa a identificação de simetrias em contextos arquitetônicos, serão acrescentadas ao trabalho final fotografias de edifícios públicos da cidade de Birigui, com a confecção de um portfólio com as imagens e as conceitualização de cada tipo de simetria encontrada.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A simetria como conhece-se é um tipo especial de transformação, na qual um objeto parece o mesmo depois de movido. Pensando nesse conceito, durante a elaboração do projeto, para reconhecer os meios em que a simetria é aplicada e/ou está presente, é necessário estudar algumas transformações geométricas.

Por sua vez, transformações geométricas, de acordo com Wagner e Carneiro (2007), são funções que associam um ponto do plano a outro a partir de uma regra específica. Dentre os temas que as transformações englobam estão as isometrias, que serão, por hora, o foco de estudo.

As isometrias são transformações que buscam manter a distância entre os pontos, mudando o sentido e a direção da figura, sempre preservando os ângulos e o paralelismo. Dentre as isometrias simples estão a translação, a rotação e a reflexão.

- Translação

A translação ocorre quando, a partir de um ponto A no plano, é traçado um vetor de tamanho V até um ponto A’. Dessa forma o ponto A’=A+V. Sempre que for transladada uma reta r, o resultado é uma reta paralela r’(FIGURA 1); e sempre que for transladada uma figura F, o resultado é uma figura F’ congruente a figura original: Na FIGURA 2, fez-se a translação de um triângulo ABC. Em cada um dos pontos foi somado um vetor V (todos os vetores têm mesmo tamanho, sentido e direção.), obtendo-se A’B’C’.

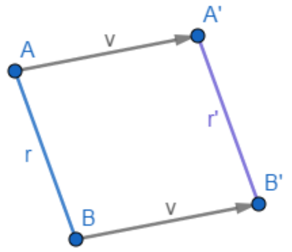

FIGURA 1. Translação de uma reta.

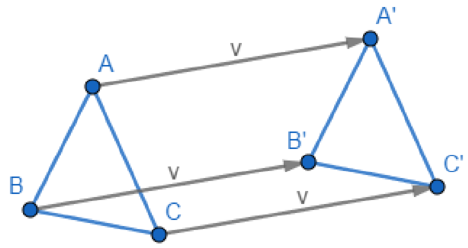

FIGURA 2. Translação de um triângulo ABC.

- Rotação

Na rotação, é possível associar um ponto A e um ponto A’ através de um ângulo α dado a partir de um centro O. Dessa forma, na FIGURA 3, nota-se o centro O e um ponto A, separados a uma distância d. Ao rotacionar essa mesma distância d em sentido anti-horário α graus, obtém-se o ponto A’. Essa associação é dada por A’=Rα(A).

Nesse tipo de simetria também é possível rotacionar figuras. Na FIGURA 4, por exemplo, rotacionou-se cada ponto do triângulo ABC, a partir de um centro O e um ângulo α, obtendo-se A’B’C’.

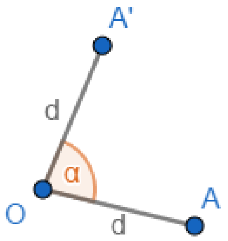

FIGURA 3. Rotação de um ponto.

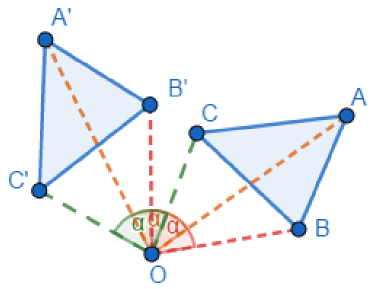

FIGURA 4. Rotação de um triângulo ABC.

- Reflexão

Dada uma reta r, diz-se que um ponto A’ é simétrico a um ponto A em relação a r quando as distâncias Ar e A’r são equivalentes (FIGURA 5). Essa associação é dada por Sr(A) = A’, onde a reta r faz o papel de eixo de simetria. Além disso, também é possível refletir uma figura F a partir de um eixo de simetria, obtendo-se F’(FIGURA 6).

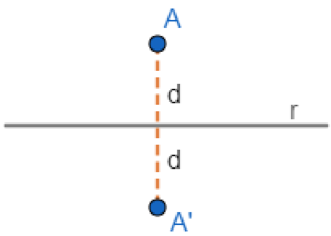

FIGURA 5. Reflexão de um ponto.

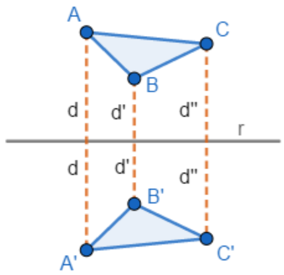

FIGURA 6. Reflexão de um triângulo ABC.

Assim, a reflexão pode ser compreendida, de maneira resumida, como uma imagem refletida em um espelho. Da mesma forma, um elemento é considerado simétrico, quando separados em partes, se sobrepostas essas partes elas apresentarem mesmo tamanho e forma. Por conta dessa simples definição, já é intuitivo, desde a infância, saber identificar essa simetria.

Um grande exemplo são as asas da borboleta, que exibem reflexão em relação ao corpo da mesma, que faz o papel de eixo de reflexão. Outro exemplo é a parte de dentro de uma laranja cortada ao meio onde, ao se passar um eixo de simetria, observa-se partes iguais.

FIGURA 7. Reflexão das asas de uma borboleta.[1]

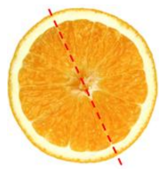

FIGURA 8. Reflexão em uma laranja.[2]

Dentro da reflexão, podem-se encaixar diversas situações matemáticas onde essa simetria está presente. Pensando no estudo dos polígonos, percebem-se, por exemplo, a simetria de um quadrado (FIGURA 9) e a de um triângulo equilátero (FIGURA 10).

---

[1] Disponível em: <http://www.portaldosanimais.com.br/wp-content/uploads/2019/06/Significado-da-Borboleta-3.jpg> Acesso em 23 ago. 2019.

[2] Disponível em: <https://st2.depositphotos.com/9427814/12239/i/950/depositphotos_122398678-stock-photo-isolated-fruit-orange-cut-in.jpg > Acesso em 29 ago. 19

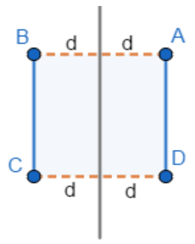

FIGURA 9. Reflexão de um quadrado.

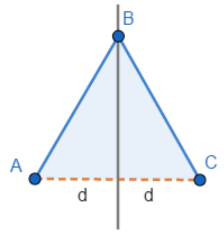

FIGURA 10. Reflexão de um triângulo equilátero.

Outra frente matemática onde encontram-se simetrias de reflexão é a álgebra. Mais precisamente, nas funções, como observado em Iezzi e Murakami (2013). A função quadrática, dada por $f(x) = x^2$, e a função modular, dada por $f(x) = |x|$, são as mais simples de se identificar essa transformação, já que ambas podem ser intercisas verticalmente em seu vértice por um eixo de simetria. Nas Figuras 11 e 12 pode-se observar que $f(-1) = f(1)$, $f(-2) = f(2)$e assim por diante. Ou seja, tem-se que $f(-x) = f(x)$. Funções desse tipo recebem o nome de funções pares.

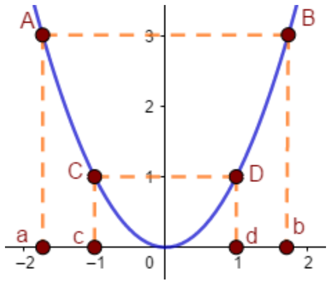

FIGURA 11. Reflexão de uma função quadrática.

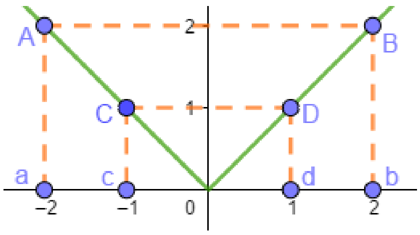

FIGURA 12. Reflexão de uma função modular.

Também é possível associar duas funções por meio da simetria de reflexão. Ao definir a função $f(x) = x$ como eixo de simetria, as funções logarítmicas (na FIGURA 13, dada por $f(x) = log_2(x)$) e, sua inversa, a função exponencial (na FIGURA 13, dada por $f(x) = 2^x$), se exibem em harmônica reflexão (FIGURA 13).

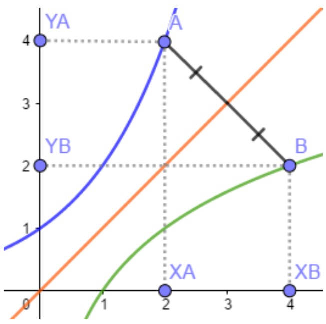

FIGURA 13. Reflexão de uma função logarítmica obtendo uma função exponencial.

Ao conectar a geometria e a álgebra, observando alguns conceitos da geometria analítica, é possível assimilar a simetria de reflexão ao cálculo do ponto médio, dado pela fórmula

$$M = (\frac{Xa + Xb}{2}, \frac{Ya + Yb}{2})$$

em que,
M – ponto médio;
Xa – coordenada x do ponto A;
Ya – coordenada y do ponto A;

Xb – coordenada x do ponto B;
Yb – coordenada y do ponto B;
na qual o ponto B é simétrico a A em relação a M (FIGURA 14).

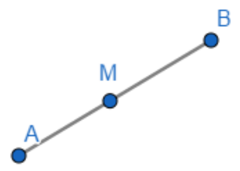

FIGURA 14. Representação do conceito de ponto médio.

Ainda, ao observar os casos de isometria em conjunto, é possível reconhecer na função seno, dada por $f(x) = sen\,x$, a reflexão e, ao mesmo tempo, a translação (FIGURA 15).

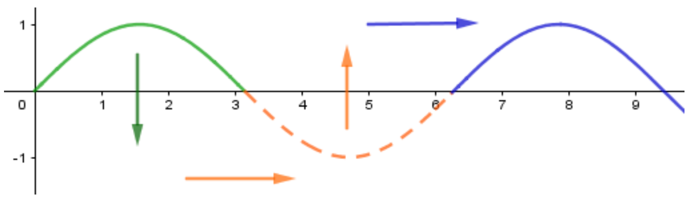

FIGURA 15. Reflexão e translação de uma função seno.

Existem ainda outras aplicações do conceito de simetria que podem ser identificados no estudo das funções, bem como no estudo das figuras geométricas.

CONCLUSÕES

Visualmente, não é complexo observar as simetrias na natureza, como visto no exemplo das asas da borboleta, no entanto, é por meio dos conceitos matemáticos que os seus tipos podem ser identificados. Dentre os estudos e análises feitas, percebeu-se que as simetrias podem ser dadas em diferentes tipos de transformações geométricas: translação, rotação e reflexão. Essas transformações podem ocorrer para pontos, segmentos ou outros tipos de figuras. No caso do quadrado e do triângulo equilátero apresentados, foram exibidos os eixos de reflexão, no entanto, essas mesmas figuras também possuem simetria de rotação. Isso também pode ser verificado em outros polígonos regulares.

As simetrias ainda podem ser encontradas em diferentes áreas da matemática, como a álgebra. Nesse caso, observou-se que elas estão presentes quando se considera um eixo de reflexão para o gráfico de funções pares, como o caso das funções quadrática $f(x) = x^2$ e modular $f(x) = |x|$, e também em relação a uma função e sua inversa, como exemplificado pelas funções $f(x) = 2^x$ e $f(x) = log_2(x)$.

Considera-se portanto, que as simetrias são um campo de estudo amplo, marcando presença em diferentes vertentes, como na matemática, na natureza e nas obras de arte e arquitetônicas.

Ressalta, por fim, que essa pesquisa está vinculada a um projeto maior que visa, além de compreender o uso das simetrias na matemática, observá-las na arquitetura, que será a próxima etapa deste trabalho.

REFERÊNCIAS

IEZZI, D.; MURAKAMI, C. *Fundamentos da matemática elementar*. 9ed. São Paulo: Atual, 2013. V. 1.

STEWART, I. *Uma história da simetria na Matemática*. Trad. Cláudio Carina. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

WAGNER, E. ; CARNEIRO, J. P. Q. *Construções Geométricas*. 6ed. Edição. Rio de Janeiro: SBM, 2007.