# MODELO PREDADOR-PRESA: ESTUDO POR SIMULAÇÃO MONTE CARLO

TIAGO V. R. LIMA[1], OSVALDO E. AIÉLO[2]

[1] Graduando em Licenciatura em Ciências Biológicas, PIVICT, IFSP, Câmpus Barretos, tiagoventura01@hotmail.com
[2] Orientador, Professor do IFSP, Câmpus Barretos, aiello@ifsp.edu.br
Área de conhecimento (Tabela CNPq): 1.05.01.04-5 Física Estatística e Termodinâmica

Apresentado no
8° Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP
06 a 09 de novembro de 2017 - Cubatão-SP, Brasil

**RESUMO:** A modelagem matemática do sistema predador-presa descreve a interação entre presa e predador, por meio, de um conjunto de equações diferenciais, entretanto, tais equações apresentam suas limitações, pois elas não descrevem fielmente as complexas relações observadas na natureza, portanto, para minimizar essas limitações este trabalho apresenta a proposta de inserção da estocasticidade ao modelo, por meio da simulação Monte Carlo, com intuito de obter resultados da interação predador-presa mais próximas das observadas na natureza.

**PALAVRAS-CHAVE**: Lotka-Volterra; dinâmica estocástico; dinâmica populacional.

# PREDATOR-PREY MODEL: STUDY BY MONTE CARLO SIMULATION

**ABSTRACT:** The mathematical modeling of the predator-prey system describes an interaction between prey and predator, through a set of differential equations, between such equations, their limitations, as they do not faithfully describe how complex relationships observed in nature, therefore, to minimize the estimates of this work present a proposal of insertion of the thrust, through the Monte Carlo simulation, in order to obtain results of the predator-prey interaction closer to the observations in nature.

**KEYWORDS**: Lotka-Volterra; stochastic dynamics; population dynamics.

## INTRODUÇÃO

O modelo Predador-Presa descreve a interação entre duas espécies, onde uma espécie y (predadores) se alimenta de outra x (presas), e a x se alimenta de outro tipo de comida. Tradicionalmente essa dinâmica competitiva das populações de predadores e presas em um sistema ecológico é analisada a partir de modelos deterministas representados por equações diferenciais (BEGON, 2007; BOYCE, 2006). Uma descrição mais detalhada (microscópica) deste sistema pode ser realizada com a introdução de modelos nos quais a população é discreta e os processos são estocásticos (MORADI, 2015; PARKER, 2010). Tais modelos não descrevem completamente as complexas relações existentes na natureza, entretanto, representam um primeiro passo para entender os complexos fenômenos de interação que acontece na natureza. Por exemplo podem ser uma importante ferramenta para o manejo integrado de pragas, principalmente no que diz a respeito das interações entre pragas e inimigos naturais em programas de controle de biológico (BEGON,2007; BATTEL, 2012).

## MATERIAL E MÉTODOS

Utilizou-se a linguagem de programação FORTRAN, tanto para simulação, quanto para solução numérica das equações 1. A solução numérica foi realizada pelo método de Range-Kutta de 4° ordem, já a simulação Monte Carlo, estabeleceu-se uma rede (100 x 100) definindo-se os seguintes estados possíveis para o sistema: 0 para um sitio vazio, 1 para um sitio ocupado por uma presa, 2 para um sitio ocupado por um predador. Definiu-se as taxas de transição por meio do conjunto de equações 1 e seguiu-se os seguintes passos:

a) Gerou-se a configuração inicial de 4000 predadores e 2000 presas.

b) Escolheu-se aleatoriamente um sítio e verifica-se o seu estado;

- Se o sítio estiver vazio, ele poderá ser ocupado por uma presa (nascimento de presas) como segue:
  i) Determinou-se a probabilidade de transição $T_{ij}$
  ii) Sorteou-se um número aleatório $\xi$ com distribuição uniforme entre 0 e 1.
  iii) Se $T > \xi$ a nova configuração é aceita. E atualizou-se o tempo.
  iv) O número de presas é acrescido em uma unidade.
- Se o sitio estiver ocupado por uma presa, poderá ser alterado para predador (predação), seguindo os mesmos passos i), ii) e iii).
  iv) O número de presas é diminuído de uma unidade e o de predadores é acrescido de uma unidade.
- Se o sitio estiver ocupado por um predador, poderá ser alterado para vazio (morte de predador), seguindo os mesmos passos i), ii) e iii).
  iv) O número de predadores é diminuído de uma unidade e o número de vazios aumenta de uma unidade.

c) A simulação continua a partir de b).

$$\frac{dx}{dt} = \left(\frac{xa}{Nv}\right)Nv - \beta xy$$
$$\frac{dy}{dt} = \beta xy - cy \qquad (1)$$
$$\frac{dNv}{dt} = cy - \left(\frac{xa}{Nv}\right)Nv$$

em que,
x e y - são população de presas e predadores respectivamente.
a – taxa de crescimento da população de presas na ausência de predadores.
c – taxa de morte dos predadores na ausência de presa.
β – taxa de decréscimo de presas devido a encontro com predadores ou taxa de crescimento de predadores devido à predação.
Nv – número de vazios na rede.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

As figuras 1 (a) e 2 (a) são os resultados estocásticos e as figuras 1 (b) e 2 (b) são os resultados numéricos do conjunto de equações 1. Podemos verificar na figura 1 (a) as oscilações típicas das populações de predadores e presas do modelo predador-presa, entretanto, as amplitudes máximas e mínimas das populações de presas e de predadores apresentam valores diferentes ao longo do tempo, diferente dos resultados obtidos no modelo não estocásticos (figura 1 (b)), que apresentam oscilações com períodos e amplitudes constantes ao longo do tempo. A figura 2 (a) apresenta uma característica do sistema estocástico, que são orbitas de raios diferentes em torno de um ponto de equilíbrio, deixando o gráfico com aspecto de várias orbitas fechadas, diferente do modelo não estocásticos, que devido a suas oscilações com períodos e amplitudes constantes, apresentam várias orbitas sobrepostas.

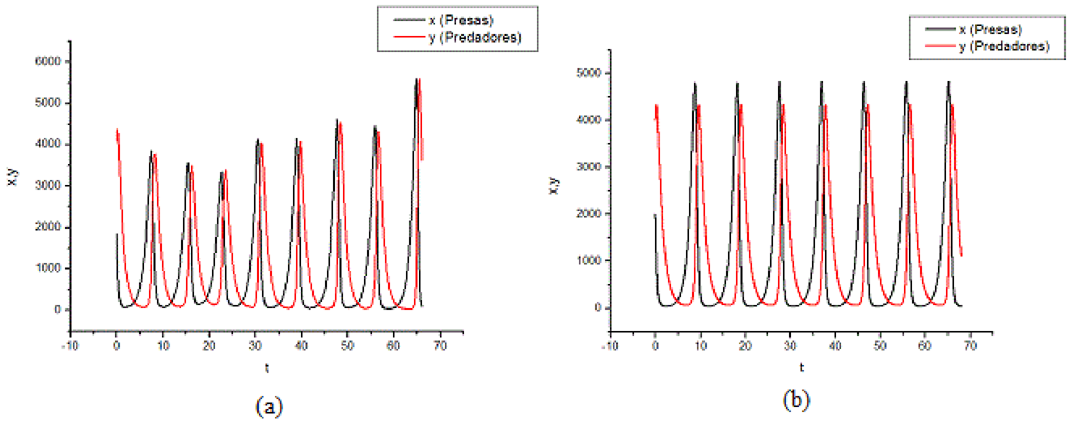


FIGURA 1. (a) Oscilações das populações de predadores e presas para o modelo estocásticos; (b) Oscilações com períodos e amplitudes constantes típicas do modelo de Lotka-Volterra não estocástico.

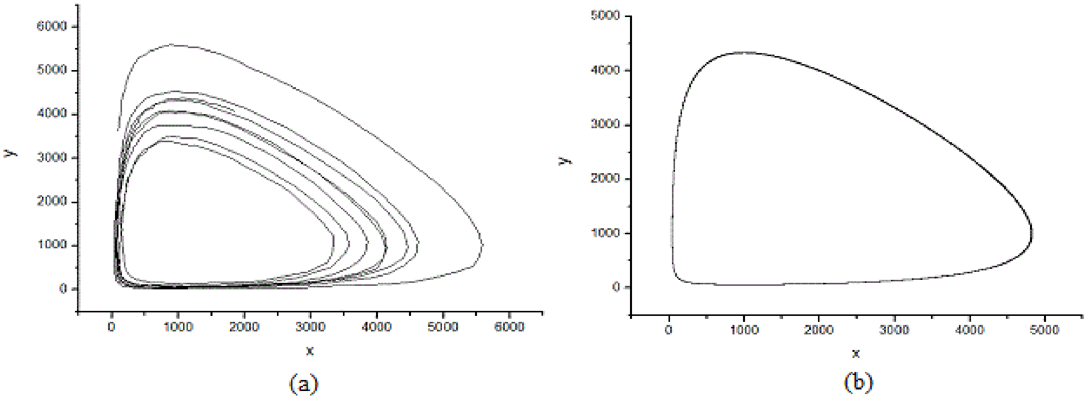


FIGURA 2. (a) Orbitas com raios diferentes em torno de um ponto de equilíbrio, típicas do modelo estocásticos; (b) Orbitas fechadas com raios iguais em torno de um ponto de equilíbrio típicas do modelo não estocástico.

## CONCLUSÕES

O modelo estocástico do sistema predador-presa mostrou-se mais realista do que sistema não estocástico, pois, ele apresenta uma dinâmica populacional mais próxima da realidade, ou seja, as populações podem variar em sua amplitude máxima e mínima, podendo chegar a valores, que possam causar um desiquilíbrio no sistema, assim, levando uma delas a extinção, diferente do modelo não estocástico que apresenta oscilações com períodos e amplitudes constantes, tornando o sistema com variações populacionais sempre iguais ao longo do tempo.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Prof. Dr. Osvaldo Eduardo Aiélo pelo incentivo e orientação deste trabalho.

## REFERÊNCIAS

BATTEL, A. P. M. B; MORAL, R. A; GODOY, W. A. C. Modelos matemáticos predador-presa e aplicações ao manejo integrado de pragas. Oecologia Australis, Vol. 16, p. 43-62, 2012.

BEGON, M; HARPER, J. L; TOWNSEND, C. R. Ecologia: de indivíduos a ecossistemas. Editora Artmed: Porto Alegre, 2007.

BOYCE, W. E; DIPRIMA, R. C. Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno. LTC editora: Rio de Janeiro, 2006.

MORADI, S. et al. Predator-prey model for the self-organization of stochastic oscillators in dual populations. Physical Review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics, Vol. 92, 2015.

PARKER, M. KAMENEV, A. Mean Extinction Time in Predator-prey Model. Journal of Statistical Physics, Vol. 141, p. 201-216, 2010.