

TEORIA DOS JOGOS: O DILEMA DOS PRISIONEIRO

CAMILA LACERDA SOARES FERRAZ¹, MANUELLA APARECIDA FELIX DE LIMA²

¹ Graduanda em Licenciatura em Matemática, IFSP, Câmpus Birigui, camilalacerdasoaes.cl@gmail.com

² Professora Mestre em Matemática, IFSP, Câmpus Birigui, manuella_felix@ifsp.edu.br

Área de conhecimento (Tabela CNPq): 1.02.03.00-1 Probabilidade e Estatísticas Aplicadas

Apresentado no
8º Congresso de Inovação, Ciência e Tecnologia do IFSP
06 a 09 de novembro de 2017 - Cubatão-SP, Brasil

RESUMO: O presente trabalho faz uma explanação introdutória sobre a Teoria dos Jogos, mostra seus conceitos fundamentais e a formalização matemática sobre a solução de um jogo. Nesta pesquisa bibliográfica é oferecida, também, uma sucinta análise da trajetória histórica percorrida pela teoria, contemplando algumas de suas peculiaridades. Ademais, o trabalho se concentra nos jogos de soma zero, com dois jogadores, do tipo não cooperativo e na forma estratégica, que busca maximizar o ganho dos jogadores. O clássico jogo “Dilema dos Prisioneiros” é apresentado permitindo, assim, algumas considerações sobre o “Equilíbrio de Nash”, que tem como objetivo principal mostrar a melhor estratégia a ser tomada em uma situação de conflito. Outro aspecto importante deste estudo é demonstrar a relevância da Teoria dos Jogos e, assim, motivar cada vez mais o seu estudo, visto sua habilidade de promover melhores resultados juntamente ao “bom senso” dos jogadores.

PALAVRAS-CHAVE: maximizar ganho; equilíbrio de Nash; solução de jogo; forma estratégica.

GAME THEORY: THE PRISONERS' DILEMMA

ABSTRACT: The present work makes an introductory explanation on Game Theory, shows its fundamental concepts and the mathematical formalization on the solution of a game. This bibliographical research also offers a succinct analysis of the historical trajectory covered by the theory, contemplating some of its peculiarities. In addition, the work concentrates on zero-sum games, with two players, of the non-cooperative type and in the strategic form, that seeks to maximize the players' win. The classic game "Prisoners' Dilemma" is presented thus allowing some considerations on the "Nash Equilibrium", whose main objective is to show the best strategy to be taken in a situation of conflict. Another important aspect of this study is to demonstrate the relevance of the Game Theory and, therefore, to motivate its study more and more, since its ability to promote better results together with the "common sense" of the players.

KEYWORDS: maximize gain; Nash equilibrium; game solution; strategic form.

INTRODUÇÃO

O jogo pode ter um caráter de divertimento em muitas situações, mas em outros contextos ele tem regras e consequências mais sérias. Sendo assim, é vantajoso saber os diferentes aspectos que podem minimizar um ganho, como as possíveis escolhas dos oponentes, e a Teoria dos Jogos oferece suporte para lidar com tudo isso, a fim de melhores resultados.

Um exemplo é uma situação de disputa entre duas ou mais pessoas que visam ter o maior lucro possível em um mercado de negociações. É preciso ter cautela em cada investimento, além de

conhecer os diversos fatores que não estão no “domínio” dos jogadores e podem influenciar positivamente ou não, como a inflação, o crescimento econômico, a taxa de juros, entre outros fatores, tornando útil a aplicação da Teoria dos Jogos.

Com isto, este trabalho se empenha no estudo das tomadas de decisões de um jogo por meio da Teoria dos Jogos, que tem como objetivo demonstrar qual a melhor estratégia a ser escolhida diante de uma situação de conflito. Nosso objetivo é, portanto, mostrar que tal teoria é de grande aplicabilidade e que seu estudo, que não é comum em cursos de Licenciatura em Matemática, acrescenta, a quem a estuda, uma linha a mais de conhecimento, dentre tantas outras, do universo da Matemática.

MATERIAL E MÉTODOS

Para o desenvolvimento deste trabalho utilizamos como metodologia a pesquisa bibliográfica.

Na fase inicial, buscamos por referenciais teóricos que nos dessem suporte para o estudo da Teoria dos Jogos, decidindo os parâmetros da pesquisa.

A seguir, fizemos uma análise histórica da origem da Teoria dos Jogos e, posteriormente, uma investigação sobre o equilíbrio de Nash, para os jogos não cooperativos na forma estratégica.

Sobre a história da Teoria dos Jogos, SARTINI et al (2004) afirmam que em meados do século XVIII já existiam teóricos envolvidos com Teoria dos Jogos, sendo James Waldegrave considerado o pioneiro, e que, em seus estudos, demonstrava algumas soluções de equilíbrio para as estratégias mistas.

Ainda de acordo com SARTINI et al (2004), outro resultado que impulsionou a teoria foi advinda do matemático John Von Neumann, que ficou conhecido por sua publicação conjunta com o economista Oscar Morgenstern, na década de 1940, intitulada “The Theory of Games and Economic Behaviour”, o que permitiu à Teoria dos Jogos se desencadear em outras áreas, como na Economia.

SARTINI et al (2004) relatam, também, que em 1950, o matemático John Forbes Nash Junior publicou quatro artigos, considerados fundamentais para a Teoria dos Jogos, que contribuíram com a teoria de jogos não cooperativos e com a teoria da barganha, ou da negociação. Em suas obras, Nash provou o equilíbrio de estratégias mistas para jogos do tipo não cooperativos, conhecido popularmente como equilíbrio de Nash. Ainda, criou a teoria da barganha, demonstrando também sua solução.

Para o prosseguimento do trabalho, foi necessário o estudo de alguns conceitos básicos da Teoria dos Jogos, os quais definimos a seguir, baseados em PIMENTEL (2010) e TONELLI (2006).

O jogo tem como elemento fundamental os jogadores, indivíduos que participam do jogo, sendo que cada um deles possui suas estratégias. O conjunto de ações que cada um dos jogadores tem disponível para escolher é o que chamamos de estratégias.

Quando cada um dos jogadores tem suas estratégias definidas, temos uma situação dentre todas as possíveis situações, que denominamos perfil.

Ao se referir à Teoria dos Jogos, é necessário saber que ela se divide em dois subgrupos: os jogos cooperativos e os jogos não cooperativos. O primeiro tipo tem como característica a escolha de estratégias cooperativamente, de forma a maximizar o ganho. No segundo caso, cada jogador busca maximizar o seu ganho individualmente, ou seja, de forma não cooperativa.

Diante das classificações dos jogos no quesito forma, analisamos mais detalhadamente o jogo na forma estratégica, que tem como característica o fato de cada jogador ser capaz de planejar todas as suas ações antes do início do jogo. Para isto, é necessário elencar o conjunto de jogadores, o conjunto de estratégias disponíveis e a função pagamento para cada um dos jogadores.

A função pagamento são os ganhos ou as perdas de um determinado jogador, que varia conforme as estratégias escolhidas.

O Jogo de Soma Zero é caracterizado desta forma pois, a cada etapa do jogo, o ganho de um determinado jogador é igual à perda do outro jogador. Assim, se fizermos a soma do ganho e da perda temos como resultado a constante zero. Podemos representar matricialmente os ganhos de um jogador e consequentemente a perda do outro.

Dentre todas as estratégias disponíveis, pode haver um perfil que contenha, simultaneamente, a melhor resposta de cada jogador ao que os demais jogam, caracterizando, assim, o equilíbrio de Nash, ou ainda, o ponto de equilíbrio. Assim, os jogadores não são incentivados a mudar de estratégia pois, caso apenas um dos jogadores mude, ele poderá diminuir seu ganho individual. Porém, ainda que exista um ponto de equilíbrio, partindo da racionalidade, ele pode ser descartado, pois cada um dos

jogadores pode acreditar que o oponente tenha motivos suficientes para escolher outra estratégia que não pertença ao equilíbrio de Nash, por se tratar de um jogo não cooperativo.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

De acordo com SARTINI et al (2004), Albert W. Tucker em 1950 elaborou o jogo “Dilema dos prisioneiros”, um clássico para Teoria dos Jogos. Seu intuito era demonstrar a dificuldade para analisar determinados tipos de jogos. Vejamos como se aplica o conceito de equilíbrio ao jogo: *Suponha que dois suspeitos de terem cometido um crime são detidos e colocados em salas separadas sem poderem se comunicar. Então a seguinte proposta é feita a cada um deles em separado: ambos têm a opção de confessar ou de não confessar o crime. Se ambos confessarem o crime, então cada um ficará preso por 3 anos. Se nenhum dos dois confessar o crime, então ambos ficarão presos por 1 ano. E, caso um confesse e o outro não, o primeiro ficará preso por 2 anos e o segundo por 10 anos.*

A função pagamento dos jogadores, formada pelos possíveis resultados deste jogo, se refere aos anos de prisão (pagamento negativo), e segue a sua representação matricial:

	C	NC
C	(-3,-3)	(-2,-10)
NC	(-10,-2)	(-1,-1)

Na tabela bi-matricial temos em cada cédula um par de números, o primeiro corresponde ao pagamento do jogador linha, e o segundo ao pagamento do jogador coluna.

Se os dois jogadores optarem por não confessar, (NC, NC), teremos um “perfil de equilíbrio”, pois se um dos dois resolver mudar de estratégia ele passará mais tempo na prisão. Vale ressaltar que em um jogo pode haver mais de um equilíbrio de Nash.

CONCLUSÕES

Convencidos da influência e relevância da Teoria dos Jogos, acreditamos que ela nos mostra como tomar a melhor decisão diante de um conflito e que, ao optarmos por esta, poderemos obter melhores resultados.

No jogo “Dilema dos Prisioneiros”, o equilíbrio de Nash acontece se ambos os jogadores não confessarem o crime, mas agindo racionalmente, e não cooperativamente, a chance da escolha do equilíbrio são pequenas, o que acarretaria em mais anos de prisão. A não escolha das estratégias de equilíbrio se deve ao fato de que os jogadores, em muitas situações, não encontram motivos suficientes para agir cooperativamente entre eles em um jogo não cooperativo.

A partir deste exemplo pretendemos prosseguir o estudo e analisar se, quando os jogadores, individualmente, decidem não escolher estratégias de equilíbrio em um jogo não cooperativo, o ganho tende a ser menor, comprometendo a maximização dos resultados, pois os estudos mostram que a Teoria dos Jogos incentiva que, ainda sob situação de conflito, é importante que a escolha das estratégias de cada um dos envolvidos em um jogo não cooperativo possa satisfazer a todos, partindo do bom senso de cada um dos jogadores e possibilitando atingir o equilíbrio de Nash.

REFERÊNCIAS

PIMENTEL, E.A. Um ensaio em teoria dos jogos. 2010.139f. Dissertação (Mestrado em Matemática aplicada) - Universidade de São Paulo. São Paulo, 2010.

SARTINI, B.A. et al. Uma introdução a Teoria dos Jogos. In: II BIENAL DE SBM, Universidade Federal da Bahia, 25 a 29 de outubro de 2004. Anais. Salvador, 2004.

TONELLI, P.A. Um minicurso sobre Teoria dos Jogos. In: SEMANA DA MATEMÁTICA APLICADA, Universidade de São Paulo, setembro de 2006. Anais. São Paulo, 2006.